



U N I V E R S I D A D
AUTÓNOMA
D E I C A

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA SALUD
PROGRAMA ACADÉMICO DE PSICOLOGÍA

TESIS

**USO DE TÉCNICAS MATEMÁTICAS EN LAS TESIS DE
PREGRADO DE LA CARRERA DE PSICOLOGÍA,
AREQUIPA, PERIODO 2015-2019**

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:
CALIDAD DE VIDA, RESILIENCIA Y BIENESTAR
PSICOLÓGICO

PRESENTADO POR:
LUIS ALEJANDRO MÁLAGA ALLCA

TESIS DESARROLLADA PARA OPTAR EL TÍTULO
PROFESIONAL DE LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

DOCENTE ASESOR:
MGTR. JORGE RAÚL PONCE ALIAGA
CÓDIGO ORCID: N°0000-0003-3782-3548

CHINCHA, 2022

Asesor

MGTR. JORGE RAÚL PONCE ALIAGA

Miembros del Jurado

DR. EDMUNDO GONZÁLEZ ZAVALA

DR. JORGE CAMPOS MARTINEZ

DR. FERNANDO TAM WOM

DEDICATORIA

A mis padres.

A mi familia.

A mis amigas y amigos.

A mis socios y colegas del trabajo.

*A todas las personas que, de alguna manera,
contribuyeron con mi formación.*

Luis Alejandro Málaga Allca

EPÍGRAFE

The development of our science will probably follow the pattern of all science in becoming more and more mathematical as fundamental ideas become more rigorously formulated.

El desarrollo de nuestra ciencia seguirá probablemente el modelo de toda ciencia, haciéndose cada vez más matemática a medida que las ideas fundamentales se formulen de manera más rigurosa.

Thurstone (1937, p. 231)

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo Analizar el uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019. El estudio fue cuantitativo, documental de revisión sistemática, no experimental, descriptivo, transversal. La población fue de $N = 477$ tesis y se seleccionó una muestra de $n = 412$ tesis. Los instrumentos empleados fueron dos fichas de datos elaboradas en Laravel Framework 8.19.0. Los resultados a los que se llegaron fueron que, en total, 134 técnicas matemáticas únicas fueron empleadas 2769 veces. Las más empleadas fueron Frecuencias y porcentajes, Alfa de Cronbach, Tabla de doble entrada, Prueba de Chi-cuadrado, Función definida a trozos, Media, r de Pearson, Desviación estándar, Rho de Spearman, Mínimo, Máximo, t de Student para muestras independientes, Análisis factorial, Confiabilidad Test-retest, Kaiser-Meyer-Olkin (*KMO*), U de Mann-Whitney, Validez concurrente, Análisis factorial exploratorio, Kolmogorov-Smirnov, Prueba de esfericidad de Bartlett. Los lugares donde se emplearon las técnicas matemáticas fueron en Análisis e interpretación de la información, Técnicas e instrumentos, Población y muestra, Anexos, Variables, Fundamentación teórica y Diseño de investigación. Los errores que más se cometieron fueron que no se especifica si los datos cumplen con los supuestos para aplicar la técnica, no se indica los resultados de la prueba. El nivel de uso en el que principalmente se encontraron las tesis fue el Nivel 3.

Palabras clave: Psicología, Técnicas, Matemáticas, Estadística, Modelado

ABSTRACT

The objective of this research was to analyze the use of mathematical techniques in the undergraduate theses of the psychology career, Arequipa, period 2015-2019. The study was quantitative, documentary systematic review, non-experimental, descriptive, cross-sectional. The population was $N = 477$ theses and a sample of $n = 412$ theses was selected. The instruments used were two data sheets developed in Laravel Framework 8.19.0. The results reached were that, in total, 134 unique mathematical techniques were used 2769 times. The most used were Frequencies and percentages, Cronbach's alpha, Double entry table, Chi-square test, Piecewise function, Mean, Pearson's r , Standard deviation, Spearman's rho, Minimum, Maximum, Student's t for samples independent, Factor analysis, Test-retest reliability, Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), Mann-Whitney U , Concurrent validity, Exploratory factor analysis, Kolmogorov-Smirnov, Bartlett's sphericity test. The places where the mathematical techniques were used were in Analysis and interpretation of information, Techniques and instruments, Population and sample, Annexes, Variables, Theoretical foundation and Research design. The errors that were made the most were that it is not specified if the data meets the assumptions to apply the technique, the results of the test are not indicated. The level of use in which the theses were mainly found was Level 3.

Keywords: Psychology, Techniques, Mathematics, Statistics, Modeling

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA	iii
EPÍGRAFE.....	iv
RESUMEN	v
ABSTRACT.....	vi
ÍNDICE GENERAL.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
I. INTRODUCCIÓN	14
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
2.1. Descripción del Problema.....	16
2.2. Pregunta de investigación general.....	19
2.3. Preguntas de investigación específicas.....	19
2.4. Objetivo General.....	19
2.5. Objetivos Específicos.....	19
2.6. Justificación e Importancia.....	20
2.6.1. Justificación.....	20
2.6.2. Importancia	21
2.7. Alcances y limitaciones.....	22
III. MARCO TEÓRICO	24
3.1. Antecedentes.....	24
3.1.1. Antecedentes Internacionales	24
3.1.2. Antecedentes Nacionales.....	29
3.2. Bases Teóricas	33
3.2.1. La matemática.....	33
3.2.2. Modelos formales en psicología	38
3.2.3. Datos en la investigación psicológica.....	40
a. Las escalas de Stevens.....	40
Escala nominal.....	41
Escala ordinal.....	41
Escala de intervalo.....	42
Escala de razón.....	42
b. Teoría representacional de la medición	43

3.2.4. Medición en psicología	44
a. Teoría clásica de los test	44
b. Teoría G o Teoría de la generalizabilidad	45
c. Teoría de respuesta al ítem	46
El modelo logístico de un parámetro	46
El modelo logístico de dos parámetros	46
El modelo logístico de tres parámetros	47
3.2.5. Técnicas psicométricas	47
a. Alfa de Cronbach	48
b. Fórmulas Kuder–Richardson KR-20 y KR-21	48
c. Coeficiente Omega de McDonald	49
d. Confiabilidad Test-retest	49
e. Método de las dos mitades o Split Half de Guttman	49
f. Fórmula de predicción de Spearman-Brown.....	50
g. Coeficiente kappa de Cohen.....	50
h. V de Aiken	51
3.2.6. Muestreo	51
3.2.7. Pruebas de bondad de ajuste	52
a. Prueba de Kolmogorov-Smirnov	52
b. Prueba de Lilliefors	53
c. Test Shapiro-Wilk	54
3.2.8. Técnicas para comparar grupos.....	54
a. Las pruebas t de Student	54
Prueba t para una muestra	55
Prueba t para muestras relacionadas	55
Prueba t para muestras independientes	55
Pruebas para proporciones o pruebas z	56
b. U de Mann-Whitney	57
c. Wilcoxon T	58
d. ANOVA de un factor	59
e. H de Kruskal-Wallis.....	61
f. ANOVA de medidas repetidas	62
g. Test de Friedman.....	62
3.2.9. Técnicas de correlación y asociación.....	63

a.	r de Pearson.....	63
b.	Rho de Spearman.....	64
c.	τ de Kendall	65
d.	Prueba de Chi-cuadrado.....	66
e.	Prueba de McNemar.....	67
3.2.10.	Modelo lineal general	67
a.	Regresión lineal simple.....	68
b.	Regresión lineal múltiple.....	68
c.	Análisis de la covarianza ANCOVA	69
3.2.11.	Análisis factorial	70
a.	Análisis factorial exploratorio	72
	Análisis de componentes principales	72
	Método de máxima verosimilitud	73
	Método de mínimos cuadrados	73
	Rotación factorial.....	74
b.	Análisis factorial confirmatorio	74
	Chi cuadrado del modelo.....	74
	<i>Normed Fit Index</i> [Índice de ajuste normalizado] (<i>NFI</i>).....	75
	Índice de Tucker-Lewis (<i>TLI</i>).....	75
	<i>Comparative Fit Index</i> (<i>CFI</i>)	75
	<i>Relative Fit Index</i> (<i>RFI</i>)	75
	Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>)	76
	<i>Goodness-of-fit index</i> (<i>GFI</i>)	76
	<i>Root mean square residual</i> (<i>RMR</i>)	76
	<i>Standardized root mean square residual</i> (<i>SRMR</i>).....	77
c.	Adecuación de los datos para el análisis factorial	77
	Prueba de Kaiser-Meyer-Olkin (<i>KMO</i>).....	77
	Prueba de esfericidad de Bartlett	77
3.2.12.	Modelos de ecuaciones estructurales	78
3.3.	Marco Conceptual.....	80
IV.	METODOLOGÍA.....	82
4.1.	Tipo de Investigación	82

4.2.	Diseño de Investigación.....	82
4.3.	Hipótesis General y Específicas	83
4.3.1.	Hipótesis General.....	83
4.3.2.	Hipótesis Específicas	83
4.4.	Variables.....	84
4.4.1.	Identificación de la Variable	84
a.	Técnicas matemáticas	84
b.	Lugar del documento	84
c.	Error en la aplicación	84
d.	Nivel de uso	84
4.5.	Operacionalización de Variables	85
4.6.	Población – Muestra	95
	Criterios de inclusión	95
4.7.	Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información.....	97
4.7.1.	Técnicas.....	97
4.7.2.	Instrumentos	97
4.8.	Técnicas de Análisis e Interpretación de Datos	98
4.8.1.	Técnicas de Análisis de datos.....	98
4.8.2.	Técnicas de Interpretación de datos	98
V.	RESULTADOS	99
5.1.	Presentación de resultados	99
VI.	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	126
6.1.	Interpretación de resultados	126
6.2.	Comparación resultados con marco teórico.....	132
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	138
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	141
	ANEXOS.....	147
	Anexo 1. Matriz de consistencia	147
	Anexo 2. Instrumentos de recolección de datos	162
	Anexo 3. Base de datos y código de análisis	164
	Anexo 4. Informe de Turnitin al 28% de similitud.....	169

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. <i>Clasificación de las variables propuesta por Stevens</i>	40
Tabla 2. <i>Matriz de Operacionalización de las variables de estudio</i>	85
Tabla 3. <i>Operacionalización del lugar del documento</i>	88
Tabla 4. <i>Operacionalización del error en la aplicación</i>	89
Tabla 5. <i>Operacionalización del nivel de uso</i>	94
Tabla 6. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (1 - 3)</i>	99
Tabla 7. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (2 - 3)</i>	100
Tabla 8. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (3 - 3)</i>	101
Tabla 9. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Análisis e interpretación de la información (1 - 2)</i>	102
Tabla 10. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Análisis e interpretación de la información (2 - 2)</i>	103
Tabla 11. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Técnicas e instrumentos (1 - 2)</i>	104
Tabla 12. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Técnicas e instrumentos (2 - 2)</i>	105
Tabla 13. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Población y muestra</i>	106
Tabla 14. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Anexos</i>	107
Tabla 15. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Variables</i>	108
Tabla 16. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Fundamentación teórica</i>	108
Tabla 17. <i>Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Diseño de investigación</i>	109
Tabla 18. <i>Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 1)</i>	110

Tabla 19. Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 2)	111
Tabla 20. Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 3)	112
Tabla 21. Errores para la técnica: <i>r</i> de Pearson.....	113
Tabla 22. Errores para la técnica: <i>t</i> de Student para muestras independientes.....	114
Tabla 23. Errores para la técnica: Análisis factorial	115
Tabla 24. Errores para la técnica: ANOVA de un factor.....	115
Tabla 25. Errores para la técnica: Análisis factorial exploratorio	116
Tabla 26. Errores para la técnica: <i>t</i> de Student para muestras relacionadas.....	116
Tabla 27. Errores para la técnica: Prueba de Chi-cuadrado	117
Tabla 28. Errores para la técnica: Alfa de Cronbach	118
Tabla 29. Errores para la técnica: Ecuación de la muestra para una población conocida	118
Tabla 30. Errores para la técnica: Kuder Richardson	119
Tabla 31. Errores para la técnica: Rho de Spearman.....	119
Tabla 32. Errores para la técnica: Spearman-Brown	119
Tabla 33. Errores para la técnica: Análisis factorial confirmatorio	120
Tabla 34. Errores para la técnica: Kaiser-Meyer-Olkin (KMO).....	120
Tabla 35. Errores para la técnica: Confiabilidad Test-retest	121
Tabla 36. Errores para la técnica: Rotación VARIMAX.....	121
Tabla 37. Errores para la técnica: Prueba de esfericidad de Bartlett...	121
Tabla 38. Errores para la técnica: U de Mann-Whitney	122
Tabla 39. Errores para la técnica: Método de las dos mitades	122
Tabla 40. Errores para otras técnicas (1 - 1)	123
Tabla 41. Errores para otras técnicas (1 - 2)	124
Tabla 42. Nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis.....	125

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de flujo de la metodología PRISMA para la selección de las investigaciones.....	96
--	----

I. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está enfocado en describir la forma en que son usadas las técnicas matemáticas en las tesis de pre grado de la carrera de psicología en la ciudad de Arequipa. Esta investigación se encuentra motivada por la premisa de que el desarrollo de una disciplina científica necesita de modelos teóricos robustos, los cuales no pueden formularse empleando el lenguaje natural, sino que requieren del uso de lenguajes formales. La psicología como ciencia de la conducta y el comportamiento, desde su fundación en 1879, ha avanzado bastante en sus objetivos de explicar, predecir y controlar el comportamiento, al punto de que actualmente, si bien existen rezagos de la etapa pre paradigmática experimentada por la psicología durante el siglo XX, emerge ahora como una ciencia con un paradigma único de investigación, ampliamente compartido por las universidades a nivel mundial, en el cual los métodos matemáticos para postular teorías y analizar los datos a raíz de estas teorías juegan un papel central en la investigación psicológica. De hecho, como se verá en esta investigación, todas las conclusiones a las que llegan los investigadores en psicología sobre sus respectivos objetos de estudio están fundamentadas en técnicas matemáticas, las cuales muchas veces no son comprendidas y por lo tanto suelen ser empleadas de manera incorrecta. Lo cual trae graves problemas para el desarrollo de la disciplina, en la medida que estos errores invalidan las conclusiones y hacen que una gran cantidad de los estudios no contribuya en lo más mínimo a la psicología. Esto se ve reflejado en la crisis de replicabilidad que presenta la psicología y otras ciencias sociales en la actualidad.

En el segundo capítulo de esta investigación se presenta el planteamiento del problema, el cual expone las razones por las que es necesario estudiar el uso de las técnicas matemáticas en la investigación, así como la utilidad que puede dársele al conocimiento generado, especialmente en la formación de psicólogos, y en el desarrollo de teorías robustas. Se presentan las preguntas de investigación y los objetivos de la misma.

El tercer capítulo aborda los antecedentes de la investigación y el marco teórico. El marco teórico si bien es extenso, solo busca ser un recuento de

las distintas técnicas matemáticas que se encuentran en la investigación psicológica y que serán presentadas en los resultados, se han dejado referencias y fuentes de consulta para que el lector pueda profundizar en ellas en caso esté interesado.

El cuarto capítulo presenta la metodología empleada. Esta es del tipo cuantitativo, ya que presenta frecuencias y porcentajes de las técnicas matemáticas halladas, los lugares del documento donde son empleadas, el nivel de uso de las técnicas matemáticas de las investigaciones y los errores que se comenten al momento de su aplicación. Además, es documental de tipo revisión sistemática. En cuanto a las unidades de estudio estas son las tesis de pre grado de la carrera de psicología publicadas en la ciudad de Arequipa en el periodo 2015-2019. Para recolectar los datos fueron elaboradas dos fichas de datos, estas, para facilitar su aplicación se implementaron en un sistema web haciendo uso del framework Laravel. En total 477 investigaciones fueron identificadas y 412 fueron seleccionadas, ya que cumplían con los criterios de inclusión y exclusión planteados.

En el quinto capítulo se presentan los resultados del estudio, describiendo las frecuencias y porcentajes de todas las técnicas matemáticas halladas, los lugares del documento donde son empleadas, el nivel de uso que presentan las investigaciones y los errores que son cometidos.

Finalmente, en el sexto capítulo se presenta el análisis de los resultados, la discusión y comparación de los mismos con los antecedentes y el marco teórico, las conclusiones y recomendaciones del estudio.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Descripción del Problema

El uso de las matemáticas y los modelos formales en la ciencia tiene larga data, ya en el siglo XVI se reconoce a Galileo como una de las primeras personas en modelar fenómenos físicos en términos matemáticos cuando postuló su ley de caída libre de los cuerpos. El uso de técnicas matemáticas en física, química, biología y otras ciencias naturales se encuentra ampliamente extendido, siendo casi imposible desligar dichos campos de estudio de su parte formal.

Según Bunge (2002) las ciencias pueden clasificarse en formales y fácticas. Las formales corresponden a las matemáticas y a la lógica, mientras que las fácticas corresponden a las ciencias empíricas. Una subclasificación de las ciencias fácticas es aquella que las divide en ciencias naturales y ciencias sociales. Como ya se hizo mención, las ciencias naturales han hecho uso extendido del modelado de los datos provenientes de sus objetos de estudio, y de esta forma han postulado, en términos formales, sus principales teorías e hipótesis. Las ciencias sociales, dentro de las cuales se suele incluir a la psicología, también son susceptibles de emplear modelos formales para representar sus objetos de estudio. Pero su empleo es infraestimado por los psicólogos, pese a que en la práctica investigativa no es posible superar los problemas que se presentan sin considerar el cuerpo matemático sobre el cual se encuentra asentada la teoría psicológica. La complejidad del objeto de estudio de la psicología, la conducta, no puede abordarse sin hacer uso de modelos formales.

Predecir la trayectoria de un proyectil requiere traducir el problema a ecuaciones que representen los aspectos más resaltantes de la realidad que describen. Por otra parte, la explicación de las causas del embarazo adolescente o la deserción escolar, son problemas de complejidad equiparable o superior al problema del proyectil (Skinner, 1971), y no pueden explicarse por medio del lenguaje natural. Requieren del uso de abstracción, formalización

matemática, modelado computacional de los datos, y todo el bagaje de herramientas que son utilizadas al momento de explicar fenómenos complejos.

Sin embargo, si se tiene en cuenta que generalmente las carreras de ciencias sociales y especialmente la psicología han sido consideradas como carreras anuméricas, salvo por un curso general de estadística que es común a todas las mallas curriculares de pregrado y a unos cursos de introducción a los fundamentos matemáticos (Carpenter y Kirk, 2017), los estudiantes de estas carreras no profundizan en los modelos que posteriormente les serán útiles al momento de desempeñarse dentro de la investigación científica. Ocasionando un desconocimiento general del marco de trabajo necesario para poder abordar los modelos y métodos matemáticos que son empleados al momento de hacer ciencia. Todo esto puede llevar a errores en el proceso de investigación, como durante el planteamiento de hipótesis, deducir consecuencias lógicas para poder someterlas a prueba, analizar e interpretar los resultados obtenidos, también al momento de plantearse intervenciones basadas en la evidencia recolectada por los estudios disponibles. Así como dificultades para poder entender e interpretar las investigaciones que se vienen desarrollando al interior de la disciplina, especialmente las más avanzadas, ya que estas por lo general hacen uso de modelos más refinados para presentar sus principales resultados, como análisis factorial, modelos de ecuaciones estructurales, análisis de redes, e inferencia estadística multivariada (Van de Schoot et al., 2017).

De esta forma, existe en psicología una especie de consenso implícito entre los investigadores, ya que como se verá en el siguiente trabajo, la psicología cuenta con un marco teórico matemático que subyace a las conclusiones que hacen los psicólogos sobre su objeto de estudio, sin embargo, este marco teórico es poco conocido y explorado, especialmente a nivel formal. Los procedimientos para analizar los datos, gracias al uso de software como SPSS y otros, se han convertido en cajas negras

donde el investigador ingresa datos y obtiene resultados, sin tener en cuenta los algoritmos y transformaciones a los que son sometidos dichos datos. Tampoco se brinda una sólida formación en matemáticas y métodos cuantitativos para entender, investigar y trabajar con estos procedimientos, por lo que el avance de la disciplina se ve frenado y enlentecido, ya que si bien se reconoce el hecho de que la psicología y cualquier ciencia requiere postular sus teorías e hipótesis empleando modelos matemáticos, se deja de lado el razonamiento matemático a nivel formal, priorizando la explicación de los fenómenos mediante el lenguaje natural y relegando toda la matemática a la “estadística”, no yendo más allá en su utilización como herramienta central para crear modelos robustos, susceptibles de ser compartidos y analizados por toda la comunidad de investigadores. Esto se ve reflejado en las recientes crisis de replicabilidad y credibilidad en psicología, señalando que hasta un 50% de los estudios y literatura psicológica presentarían falsos positivos y errores metodológicos, lo que los haría carecer de completo valor (Blanco et al., 2017).

Habiéndose resaltado la importancia de los modelos formales en psicología para el desarrollo científico de la disciplina, y que esta resulte exitosa en su intento por explicar, predecir y controlar su objeto de estudio. Se hace necesario investigar hasta qué punto la investigación psicológica hace uso de las técnicas matemáticas que se disponen y de qué forma los que practican la disciplina comprenden y aplican estas técnicas. De esta forma, la presente investigación, se plantea el siguiente problema: ¿Cómo son empleadas las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?

- 2.2. Pregunta de investigación general
¿Cómo son empleadas las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?
- 2.3. Preguntas de investigación específicas
- Problema Específico 1
¿Qué técnicas matemáticas son empleadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?
- Problema Específico 2
¿Qué técnicas matemáticas son utilizadas según el lugar del documento de las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?
- Problema Específico 3
¿Qué errores se cometen en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?
- Problema Específico 4
¿Cuál es el nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?
- 2.4. Objetivo General
Analizar el uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019
- 2.5. Objetivos Específicos
- Objetivo Específico 1
Identificar las técnicas matemáticas que son empleadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019

Objetivo Específico 2

Determinar que técnicas matemáticas son utilizadas según el lugar del documento de las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019

Objetivo Específico 3

Identificar que errores se cometen en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019

Objetivo Específico 4

Identificar el nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019

2.6. Justificación e Importancia

2.6.1. Justificación

La forma en la que en psicología se conectan los datos que se recolectan, con las teorías que se proponen, y la manera en la que, a partir de estas teorías se derivan hipótesis susceptibles de ser sometidas a prueba empírica, es un objeto de estudio de importancia para el desarrollo de la psicología como ciencia, así como para la práctica profesional en los campos aplicados, donde se requiere de teorías robustas que permitan explicar lo que acontece, para poder plantear intervenciones acorde a la evidencia científica disponible.

A nivel teórico, la presente investigación proporciona información acerca de las técnicas matemáticas que son empleadas al momento de realizar investigación en psicología. Debido a que estas técnicas se encuentran detrás de las conclusiones a las que llegan los psicólogos sobre su objeto de estudio, constituyen el trasfondo sobre el cual se asienta toda la teoría psicológica moderna. En palabras de Mosterín (2000, p. 207) "Toda teoría es matemática" y debido a esto es necesario profundizar en las técnicas con las cuales

se construyen teorías y las formas en las que los investigadores las utilizan.

A nivel práctico, el presente estudio proporciona un panorama detallado del uso de las técnicas matemáticas en la investigación psicológica realizada en la ciudad de Arequipa, los lugares dentro de la investigación en los que son empleadas y los errores que se cometen en su implementación. Esto puede ser útil para el diseño de programas de formación en métodos cuantitativos para psicólogos. De igual forma, tiene utilidad como marco de referencia para investigaciones que busquen profundizar en los aspectos cuantitativos de la investigación psicológica.

A nivel social, la investigación resulta útil en la medida que contribuye al campo de la psicología cuantitativa y pretende motivar a la comunidad de psicólogos a que reflexionen acerca de la importancia que tienen las matemáticas y el pensamiento formal para el desarrollo de la psicología como disciplina científica.

2.6.2. Importancia

Dado la importancia que tienen las ciencias matemáticas en la investigación científica, en todas las áreas, y anudado al incremento en la capacidad de cómputo al que las personas tienen acceso, así como al desarrollo tecnológico que permite la recolección y almacenamiento de grandes cantidades de datos provenientes de la conducta humana y el acceso a una gran cantidad de estudios realizados a nivel mundial, así como a una gran cantidad de bases de datos. Todas estas facilidades con las que se cuenta hacen posible que la ciencia psicológica pueda comenzar a plantear, en términos formales, sus principales teorías e hipótesis.

Por lo tanto, se debe profundizar en el estudio de las técnicas matemáticas que se aplican en psicología ya que su desarrollo está vinculado al avance de la psicología como

ciencia. A mejores formas de representar el objeto de estudio del psicólogo también se encuentran mejores formas de predecirlo y controlarlo. Ya que las técnicas matemáticas son herramientas para la teorización en ciencia, es importante el estudio de sus aplicaciones en la disciplina.

Es aquí donde yace la importancia de la presente investigación, ya que los resultados obtenidos permiten tener un panorama más amplio de las técnicas matemáticas que son utilizadas en la investigación psicológica, también permite identificar dificultades y malas prácticas en su uso, para que de esta forma puedan ser tomadas en cuenta al momento de elaborar currículas universitarias para la carrera de psicología, especialmente para los cursos de estadística, psicometría y métodos cuantitativos, ya que se brinda un marco teórico amplio de las técnicas matemáticas empleadas en la investigación psicológica.

Asimismo, se pone de manifiesto la necesidad de utilizar modelos más complejos en la investigación psicológica, ya que los estudios generalmente emplean modelos univariados o bivariados, los cuales no bastan para representar adecuadamente la complejidad del objeto de estudio del psicólogo.

2.7. Alcances y limitaciones

Al existir un solo investigador encargado del registro de las técnicas matemáticas y la verificación de errores en las tesis analizadas, es posible la existencia de un sesgo en las observaciones realizadas. De incluirse otro verificador es posible reducir el sesgo en las clasificaciones.

Además, ya que las tesis revisadas son de pregrado, es decir, son realizadas por recién graduados y generalmente corresponden a sus primeros trabajos de investigación. No se espera que estas tengan un elevado rigor ni un refinamiento metodológico, propio de investigadores más avanzados. Por lo que debe tenerse en cuenta

que los resultados presentados en este estudio se circunscriben sólo a la investigación realizada en pregrado. Es posible que, al analizar trabajos de maestría, doctorado, o artículos publicados en revistas especializadas, las técnicas matemáticas empleadas sean más complejas y los errores cometidos sean menos.

III. MARCO TEÓRICO

3.1. Antecedentes

3.1.1. Antecedentes Internacionales

La investigación titulada “*Current Practices in Data Analysis Procedures in Psychology: What Has Changed?*” [Prácticas Actuales en los Procedimientos de Análisis de Datos en Psicología: ¿Qué ha cambiado?], de Blanca et al. (2018), tuvo como objetivo determinar si actualmente se está usando procedimientos de análisis de datos más avanzados que los usados anteriormente. La muestra la conformaron investigaciones empíricas publicadas en los E.E.U.U. y Europa, de todas las áreas de la psicología como la aplicada, evolutiva, educativa, experimental, clínica, social y multidisciplinaria. Se examinó el método de investigación, el número de estudios reportados en cada artículo, el número y tipo de procedimiento de análisis de datos y el paquete estadístico utilizado. En total 288 artículos fueron seleccionados de manera aleatoria y analizados posteriormente. Como resultados se obtuvo que en total los 288 artículos emplearon 663 procedimientos de análisis de datos. El procedimiento más utilizado fue el ANOVA (20.81%), seguido de análisis de regresión (12.37%), el coeficiente de correlación de Pearson (8.14%), análisis de senderos (6.94%), la prueba *t* de independencia (6.79%). Así mismo se presentó un aumento en el uso de modelos de ecuaciones estructurales y análisis factorial exploratorio y confirmatorio, junto con una disminución del uso de técnicas no paramétricas. Se concluye que la ciencia psicológica implica el uso de una gran cantidad de técnicas estadísticas tanto univariadas como multivariadas. El hecho de que el ANOVA y la regresión sean las técnicas más empleadas en psicología se explica debido a que los principales métodos de investigación son el experimental y correlacional, en donde

estas técnicas, aunque antiguas y simples, proporcionan una respuesta efectiva a la mayoría de los problemas de investigación planteados. Asimismo, se señala que los investigadores han dejado de utilizar estadística básica para reportar sus resultados de investigación y están emergiendo nuevas y más avanzadas técnicas de análisis de datos.

La investigación elaborada por Van de Schoot et al. (2017), que lleva por título "*A Systematic Review of Bayesian Articles in Psychology: The Last 25 Years*" [Una revisión sistemática de la estadística Bayesiana en artículos de psicología: Los últimos 25 años], tuvo como objetivo proporcionar una representación del papel que juega la estadística Bayesiana en psicología. La metodología empleada fue la de revisión sistemática, en total se analizaron 1579 artículos, estos provinieron de la base de datos Scopus. Los resultados señalan que la estadística bayesiana es empleada en una gran variedad de sub campos de la psicología y en disciplinas relacionadas. Se menciona que el empleo de estadística bayesiana en la investigación en psicología se encuentra en aumento. Los métodos Bayesianos empleados fueron regresión, modelos Bayesianos para la cognición y el aprendizaje, modelos computacionales, redes Bayesianas, aplicación directa del teorema de Bayes, reconocimiento del lenguaje e imágenes y promedio Bayesiano de modelos. Más de la mitad de los artículos analizados empleó modelos basados en regresión, dentro de los cuales se mencionan las siguientes técnicas: análisis de regresión, los análisis de varianza (ANOVA), análisis factorial confirmatorio (AFC), modelos de ecuaciones estructurales (SEM), teoría de respuesta al ítem (TRI), modelado jerárquico/multinivel, test adaptativos computarizados. Además, se indica que en varios artículos no se revisaron los supuestos que tienen las técnicas empleadas. También se mencionan alternativas a la prueba

de hipótesis como los factores de Bayes o el p -valor predictivo a posteriori. También se aborda el empleo del teorema de Bayes en la psicología cognitiva, como modelo acerca de la manera en la que las personas toman decisiones.

La investigación que lleva por título "*Reporting Practices and Use of Quantitative Methods in Canadian Journal Articles in Psychology*" [Prácticas de presentación de informes y uso de métodos cuantitativos en artículos de revistas canadienses en psicología] elaborada por Counsell y Harlow (2017) tuvo como objetivo investigar la prevalencia de diferentes procedimientos estadísticos y la naturaleza de las prácticas de reporte estadístico. La muestra fueron 63 artículos empíricos provenientes de las cuatro principales revistas de psicología canadiense. En total se encontraron 151 procedimientos de análisis de datos. Los resultados encontraron que el procedimiento más utilizado fue el ANOVA (25.1%), la prueba z o la prueba t para medias (15.2%), la regresión múltiple (13.9%), la correlación (9.9%), la prueba Chi-cuadrado (9.9%), los modelos de ecuaciones estructurales (5.3%) y la regresión logística (2.6%), el análisis factorial o el análisis de componentes principales (2.6%), uso solo de técnicas descriptivas (2.6%), ANCOVA (2%), Modelado multinivel y modelos mixtos (2%), Modelos lineales generalizados (2%), MANOVA (1.3%), U de Mann-Whitney (1.3%), prueba z sobre correlaciones independientes (1.3%), Meta-análisis (1.3%), Análisis de función discriminante (0.7%), Correlaciones canónicas robustas (0.7%), MANCOVA (0.7%). Asimismo, un 91.4% de los estudios presentaron pruebas de significancia. Un 29.1% presentó información acerca de las asunciones de las técnicas que emplearon. Las conclusiones a las que se llegaron fueron que los investigadores preferían utilizar análisis univariados en vez de emplear modelos multivariados, pese a que estos últimos permiten una

compresión más coherente e integrada de los datos y del fenómeno que se quiere representar.

Akhtar et al. (2016) realizaron la investigación “*Research design and statistical methods in Pakistan Journal of Medical Sciences (PJMS)*” [Diseño de investigación y métodos estadísticos en el *Pakistán Journal of Medical Sciences (PJMS)*]. El objetivo de esta investigación fue comparar los diseños de investigación y los métodos estadísticos utilizados en el 2005, 2010 y el 2015 en el *Pakistán Journal of Medical Sciences (PJMS)*. Para realizar la investigación se analizaron los diseños de investigación y los métodos estadísticos utilizados en estudios originales. Un total de 429 artículos fueron analizados. Las técnicas estadísticas utilizadas fueron Estadística descriptiva (73.4%), Análisis de tablas de contingencia, prueba Chi/test exacto de Fisher (46.6%), *t* de Student de independencia y para muestras pareadas (43.3%), pruebas no paramétricas (14.9%), Correlación (11.9%), Estadística epidemiológica (11.2%), ANOVA/ANCOVA (10%), Regresión logística (7.2%), Regresión (3.7%). En conclusión, se encontró una gran variedad de métodos estadísticos, pero la frecuencia de métodos estadísticos avanzados fue baja. Asimismo, se señala que los investigadores deben tener conocimiento de estadística, al menos a nivel básico para poder comprender los resultados de las investigaciones y desempeñarse de manera satisfactoria como investigadores.

Nuijten et al. (2016) realizaron la investigación “*The prevalence of statistical reporting errors in psychology (1985-2013)*” [La prevalencia de errores en los reportes estadísticos en psicología (1985-2013)]. El objetivo de la investigación fue describir los errores de reporte estadístico en psicología, específicamente los errores respecto al *p*-valor. La muestra la conformaron 250 mil informes sobre el *p*-valor reportados en

ocho revistas de psicología en el periodo 1985-2013. El análisis se hizo empleando el paquete de R “statcheck”, el cual recupera los resultados de las pruebas de hipótesis, el estadístico, los grados de libertad y el p -valor reportado, el cual luego compara con el cálculo que realiza el programa. Los resultados indican que de la mitad de todos los artículos contenían por lo menos un p -valor inconsistente. También, uno de cada ocho artículos contenía un p -valor reportado extremadamente inconsistente, el cual afectaría seriamente las conclusiones de los artículos. Asimismo, se encontró la presencia de un sesgo en favor de resultados significativos. Además, comparando con estudios anteriores, las inconsistencias se han mantenido estables a lo largo del tiempo o han disminuido.

Harlow et al. (2013) desarrollaron la investigación “*A Meta-View of Multivariate Statistical Inference Methods in European Psychology Journals*” [Meta-análisis de los métodos de inferencia estadística multivariante en las revistas europeas de psicología]. Esta investigación tuvo como objetivo investigar la extensión y la naturaleza de los procedimientos de estadística inferencial multivariante empleados en ocho revistas de psicología europeas. La muestra la conformaron 259 artículos publicados en el 2008 que emplearon técnicas estadísticas multivariante. Los resultados indicaron que las principales técnicas de estadística multivariante empleadas fueron Regresión múltiple (33.7%), Modelos estructurales (17%), Regresión logística (9.8%), Análisis factorial y Análisis de componentes principales (9.6%), ANCOVA (8.5%), MANOVA (8.2%), Modelado multinivel (5.5%).

3.1.2. Antecedentes Nacionales

La investigación realizada por Sánchez y Sarmiento (2020) titulada “La investigación psicológica en Cajamarca: Una revisión bibliográfica de los últimos cinco años”, tuvo como objetivo analizar los trabajos de investigación realizados en Cajamarca desde el 2014 hasta enero del 2019. La muestra estuvo conformada por 135 investigaciones, 113 investigaciones de grado y licenciatura de los repositorios digitales de la Universidad Privada Antonio Guillermo (UPAGU) y de la Universidad Privada del Norte – Sede Cajamarca (UPN-C). Asimismo, 22 artículos fueron seleccionados de revistas locales como “Tendencias en Psicología”, “Perspectiva” y “Eureka”. Los resultados a los que se llegaron fueron que las tesis de grado (113 trabajos) utilizaron las pruebas de normalidad Kolmogorov-Smirnov (19.4%), Correlación de Spearman (18.7%), Correlación de Pearson (13.8%), Chi-cuadrado (13.8%), prueba *t* de Student (8.1%), U de Mann-Whitney (6.9%), tablas de frecuencias y gráficos (6.9%). También se reportó el uso de técnicas en la parte de instrumentos señalando que el 46% no reportaron la validez del instrumento, 19.5% reportaron la validez de constructo utilizando análisis factorial exploratorio, 15% reportaron validez de contenido, 10.6% reportaron validez convergente, 4.4% reportaron análisis factorial confirmatorio, 2% mostraron correlación ítem-test y un 0.9% reportaron validez predictiva. Para la confiabilidad 74.3% utilizaron el coeficiente Alpha de Cronbach, 15.9% no presentaron reportes de confiabilidad, 1.8% utilizaron el coeficiente Alpha y KR-20, 0.9% utilizaron test-retest y Alpha de Cronbach. Para los 22 artículos encontrados, las técnicas estadísticas utilizadas fueron la Correlación de Pearson (18.5%), estadística descriptiva, tablas de gráficos y frecuencias (18.5%), Kolmogorov-Smirnov (14.8%), U de Mann-Whitney (11.1%), *t* de Student (7.4%), prueba chi-cuadrado (3.7%),

ANOVA (3.7%), Kruskal-Wallis (3.7%), regresión lineal múltiple (3.7%), Shapiro Wilk (3.7%) y Correlación de Spearman (3.7%). En cuanto a las propiedades psicométricas de los instrumentos 80% no reportaron validez, 10% presentaron validez de contenido y 5% presentaron análisis factorial confirmatorio. En cuanto a la confiabilidad 50% de los artículos no la reportaron, 30% reportaron el coeficiente Alpha de Cronbach, 10% reportaron el método de dos mitades y 5% presentaron el coeficiente Alpha y el coeficiente omega.

La investigación titulada “Las tesis psicoeducativas en la Escuela Profesional de Psicología de la UNSA, 1993-2018” tuvo como objetivo analizar las tesis de pregrado en el área educativa (Nina, 2019). La investigación se encontró en el nivel de metaciencia, ya que analiza y discute de manera crítica el contenido de la ciencia. El tipo de investigación fue cualitativa, de método constructivo-interpretativo. La muestra la conformaron 231 tesis psicoeducativas publicadas en el periodo 1993-2018. Este autor realizó la siguiente clasificación de las partes de una tesis en psicología, la cual fue utilizada como definición operacional del lugar del documento en el presente estudio. Esta clasificación fue: Título, Resumen, Introducción, Planteamiento del problema, Justificación e importancia de la investigación, Objetivos de la investigación, Hipótesis de la investigación, Variables, Fundamentación teórica, Antecedentes de la investigación, Términos básicos, Metodología, Fundamento epistemológico, Método de investigación, Diseño de investigación, Población y muestra, Tipos de muestreo, Técnicas e instrumentos, Análisis e interpretación de la información, Recomendaciones, Limitaciones, Referencias. Los resultados relevantes para la presente investigación son la descripción crítica que hace del contenido que se presenta en estas partes de la investigación. En la parte de población y muestra 50.6%

de las investigaciones se realizaron en un solo grupo, el 17.3% se realizó en dos grupos y el 14.67% se realizó en más de un grupo. También se resalta la importancia del conocimiento de los supuestos de las técnicas que se están utilizando. Se indica también que las diferencias entre grupos se hacen empleando métodos intuitivos, no algoritmos de comparación de las diferencias entre grupos como las pruebas t , ANOVA, U de Mann-Whitney, H de Kruskal-Wallis. Se resalta que los tesisistas tienen dificultades para relacionar la información estadística con la teoría. También se indica que las investigaciones asumen que el p -valor indica la bondad de ajuste en las correlaciones.

La investigación titulada “Deficiencias en el uso de la Estadística en tesis de postgrado y trabajos de investigación docente en universidades del norte del Perú” elaborada por Lizarzaburu et al. (2015) tuvo como objetivo identificar deficiencias predominantes en el uso de la Estadística en las tesis de postgrado y los trabajos de investigación docente en tres universidades del norte del Perú. Se realizó una revisión sistemática de seis investigaciones que abordaron el tema referido entre trabajos de investigación docente y tesis de postgrado. Como resultados se obtuvo que las deficiencias identificadas fueron: 1) No se identifica el tipo de población para la realización del muestreo, 2) No se determina la población objetivo, 3) Uso inapropiado de las técnicas estadísticas, 4) No se tienen en cuenta los supuestos para las pruebas de hipótesis, 5) Se aplica pruebas inferenciales a datos provenientes de una población, 6) No se muestran las conclusiones al uso de las técnicas estadísticas, 7) Prueba de las hipótesis con técnicas estadísticas inapropiadas, 8) Uso de diferente tamaño de información sin especificar la modificación.

La investigación “Uso de estadística en trabajos de investigación de la Universidad Nacional del Santa y Universidad San Pedro” de Lizarzaburu et al. (2013) tuvo como objetivo analizar el nivel de uso de la estadística en los trabajos de investigación docente en la Universidad Nacional del Santa (UNS) y Universidad San Pedro (USP), durante el periodo 2009-2011. La investigación fue del tipo documental. Para ello se seleccionó 106 informes de investigación de la UNS y 36 informes de la USP. Para La recolección de los datos emplearon una ficha de registro. Los resultados indican que el uso de la estadística se da 64.2% en la UNS y en un 88.8% en la USP. Siendo predominante el Nivel 1 con 38.9% para la UNS y un 23.6% para la USP. También indican las técnicas estadísticas más utilizadas, las cuales son Las tablas de frecuencia (23.6% UNS; 38.9% USP), las medidas estadísticas (estadísticos descriptivos) y figuras (13.2% UNS; 13.9% USP), la prueba Chi-cuadrado (7.5% UNS; 22.2% USP), la prueba *t* de Student (6.6% UNS; 5.8% USP), ANOVA (9.4% UNS; 2.8% USP). Asimismo, las principales deficiencias encontradas fueron: No se formula hipótesis (26.5% UNS; 25% USP), Formula hipótesis, pero no las prueba (19.2% UNS; 30.6% USP), Prueba inapropiada de las hipótesis (20.3% UNS; 33.3% USP).

La investigación que lleva por título “Nivel de uso de estadística en tesis de postgrado, Universidad San Pedro, 1988-2008”, elaborada por Lizarzaburu et al. (2011), tuvo como objetivo analizar el uso de la estadística en las tesis de postgrado de la Universidad San Pedro. El tipo de investigación fue documental. La población fue de 312 tesis de maestría y doctorado elaboradas en el periodo 1988-2008. La muestra empleada fue de 110 tesis elegidas aleatoriamente. Los resultados señalan que el 92.7% de las tesis analizadas emplean de alguna forma la estadística. Un

67.4% presentan un buen uso. En cuanto al nivel de uso de la estadística un 50% de las investigaciones se encuentran en el Nivel 1, un 37.2% se encuentran en el Nivel 3 y un 5.5% se encuentran en el Nivel 2. Por su parte, las deficiencias en el uso de la estadística indican que un 19.6% de tesis no formulan hipótesis, en un 38.25% se formulan hipótesis, pero no se prueban, en el 30.39% se prueban hipótesis, pero esto se realiza con técnicas estadísticas inapropiadas y en el 11.76% se prueban adecuadamente las hipótesis. También, la utilidad para la presente investigación de este antecedente, es que propone la definición operacional del nivel de uso de las técnicas matemáticas, resultados que son reportados en el presente trabajo.

3.2. Bases Teóricas

3.2.1. La matemática

La matemática es un cuerpo de conocimientos que no refieren a objetos reales, sino a entes abstractos y sus relaciones. Su capacidad para poder representar la realidad la ha convertido en el lenguaje de la ciencia y la investigación.

En principio, no es correcto decir que existe una matemática para la psicología, una matemática para la física o una matemática particular para cada área de investigación, la matemática como cuerpo de conocimiento es independiente de las disciplinas que la aplica, de esta manera, en principio, toda la matemática es aplicable en cualquier ciencia (Bunge y Ardila, 2002), pero existen ciertas técnicas que debido a sus características son más adecuadas para representar determinados objetos de estudio, como el espacio euclidiano en tres dimensiones \mathbb{R}^3 y las dimensiones del espacio en la física. De esta forma, en las ciencias sociales se han desarrollado procedimientos que están especialmente orientados a representar sus específicos campos de estudio. Como se verá a continuación las aplicaciones matemáticas en

psicología no solamente se circunscriben a la estadística, sino que su aplicación y correcto uso requiere de una sólida formación en diversos campos que están profundamente interconectados. Por lo tanto, se procederá a revisar, de manera general, las ramas de las matemáticas, que dadas sus particularidades son necesarias al momento de abordar la teorización en psicología.

a. Estadística

La estadística es la rama de las matemáticas que se encarga de la recolección, análisis, interpretación y deducción de conclusiones a partir de los datos. Cuenta con dos grandes ramas que son la estadística descriptiva y la estadística inferencial (Franzese y Iuliano, 2018). Además, esta es la rama de las matemáticas más utilizada en psicología y a la cual los psicólogos más han aportado, encontrándose entre estas contribuciones el análisis factorial, los modelos de ecuaciones estructurales y la teoría acerca de la medición de variables latentes desarrollada en psicometría. Todo esto hace que la mayor parte de las técnicas matemáticas que se emplean en la psicología provengan de la estadística.

b. Cálculo

El cálculo es una de las ramas de las matemáticas más utilizadas en todas las ciencias. Estudia los cambios continuos de las variables en función de otras. Sus aplicaciones se interrelacionan en los distintos campos de las matemáticas. Las aplicaciones del cálculo que son más utilizadas en psicología son la obtención del p -valor en una prueba de hipótesis estadística, lo que se está haciendo es calcular la probabilidad del estadístico obtenido, por lo que se debe hallar el área bajo la función de densidad $f(x)$ a la que

pertenece dicho estadístico, en otras palabras $p = \int_a^b f(x)dx$, donde a y b son los límites de integración.

Otra de las aplicaciones clásicas del cálculo en psicología es la Ley de Weber-Fechner la cual establece la relación entre la cantidad de estímulo y la percepción del mismo por parte de una persona. Está formulada de la siguiente manera:

$$ds = k \frac{dr}{r}$$

Donde k es una constante, s es la sensación y r es el estímulo, dr es el incremento en la cantidad de estímulo y ds es el incremento de la sensación correspondiente. Por lo tanto, resolviendo la ecuación:

$$\int ds = k \int \frac{dr}{r} \quad (1)$$
$$\Rightarrow s = k \ln r + c$$

Donde c es la constante de integración. Para determinar su valor se emplea el umbral de estímulo r_0 , es decir, el nivel de estímulo por debajo del cual no se percibe una sensación.

$$0 = k \ln r_0 + c \quad (2)$$
$$\Rightarrow c = -k \ln r_0$$

Reemplazando (2) en (1):

$$s = k \ln r - k \ln r_0$$
$$\Rightarrow s = k(\ln r - \ln r_0)$$
$$= s = k \ln \frac{r}{r_0}$$

Por lo tanto, entre la sensación y el estímulo existe una relación logarítmica (Batchelder et al., 2017).

c. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y caóticos

En estas ecuaciones la incógnita no es un número o una cantidad sino una función, más específicamente, la derivada. La utilidad del estudio de los sistemas dinámicos en psicología radica en que muchos de los fenómenos en esta ciencia no son estáticos, sino que evolucionan en el tiempo y resulta

relevante tener un modelo que explique la dinámica del fenómeno estudiado.

Las aplicaciones de estos modelos en psicología son las siguientes: Los modelos de ecuaciones diferenciales con variables latentes, estos generalizan los modelos de medida vistos en los modelos de ecuaciones estructurales añadiendo derivadas en su formulación, lo cual permite la incorporación del tiempo como variable (Boker y Wenger, 2012). También se emplean en neurociencias para modelar la dinámica de la actividad neuronal, uno de los trabajos más resaltantes es el modelo de Hodgkin y Huxley (1952) que está formulado en términos de ecuaciones diferenciales y modela como se inician y transmiten los potenciales de acción de las neuronas. Los modelos de ecuaciones diferenciales también son de interés para la psicología del desarrollo, en la cual se busca explicar el cambio de distintas variables en función de la edad (Guastello et al., 2009). Asimismo, los modelos de ecuaciones diferenciales son utilizados en ciencias cognitivas (Walmsley, 2008), también tienen aplicaciones en el modelado de la interacción social (Luce et al., 1963).

d. Álgebra lineal

Esta rama de las matemáticas estudia los espacios vectoriales, los sistemas de ecuaciones lineales, las matrices, los determinantes y las transformaciones lineales. La importancia del álgebra lineal radica en que permite el estudio de n dimensiones, y esto es de utilidad cuando se quieren hacer modelos que tengan más de tres variables, las cuales no pueden representarse geoméricamente, solo matricialmente. Las aplicaciones del álgebra lineal en psicología están relacionadas con la estadística, ya que provee de notación para técnicas como la correlación múltiple, el análisis factorial y los modelos de ecuaciones estructurales. También resulta útil al momento de abordar métodos

numéricos para resolver ecuaciones diferenciales. En psicometría, los algoritmos psicométricos, están formulados como transformaciones de matrices, lo cual los hace susceptibles de emplear esta rama de las matemáticas para abordar su estudio formal.

e. Lógica

La lógica estudia el razonamiento y las formas en las cuales se llega a realizar inferencias que son verdaderas. La importancia de esta rama de las matemáticas radica en que es esencial para comprender el funcionamiento de los sistemas formales, los cuales tienen un funcionamiento basado en la lógica, además es útil al momento de abordar las demostraciones que se presentan en el estudio de las matemáticas.

f. Topología

Esta rama de las matemáticas estudia las propiedades geométricas que se conservan tras deformaciones continuas en los cuerpos. La aplicación de esta rama de las matemáticas en psicología puede verse en el análisis factorial, los modelos de ecuaciones estructurales, las redes bayesianas, en donde, además de tener una representación matricial, los modelos tienen una representación de redes, también denominados diagramas de senderos o grafos, los cuales cuentan con herramientas para su estudio desarrolladas en el seno de la topología.

g. Teoría de juegos

Esta es una rama aplicada de las matemáticas, la cual resulta importante en psicología y economía ya que se emplea para modelar las interacciones de varios jugadores en situaciones competitivas denominadas juegos. Ya que muchas situaciones, especialmente de interacción social, pueden

denominarse juegos, pueden modelarse empleando teoría de juegos.

3.2.2. Modelos formales en psicología

En la ciencia los modelos formales se encuentran bastante extendidos, especialmente en las ciencias naturales. Su utilidad radica en que hacen posible representar fenómenos complejos, lo cual no puede hacerse empleando el lenguaje natural. Las ciencias sociales y especialmente la psicología no están exentas del empleo de modelos formales, y se señala que el avance en la ciencia psicológica no es posible sin estos (Busemeyer et al., 2015).

Por lo tanto, a continuación, se presentará una definición de modelo formal en psicología. Deben entenderse los modelos formales como sistemas de hipótesis, sujetos a condiciones de verdad o falsedad, aunque es posible otros estados que pueden ser representados empleando lógica difusa. Para los fines de esta investigación, se presentará los sistemas de hipótesis que pueden ser verdaderos o falsos, es decir aquellos sistemas que pueden representarse empleando álgebra Booleana. Las hipótesis son funciones $H_i(f_i)$ cuyos resultados son booleanos representados por e_i estados.

$$\begin{pmatrix} H_1(f_1) \\ H_2(f_2) \\ \vdots \\ H_n(f_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}; \forall e_i \in \mathbb{B} \quad (3)$$

Matricialmente la expresión anterior puede escribirse como $H(F) = E$.

Cada $H_i(f_i)$ debe cumplir ciertas condiciones para ser una hipótesis. En primer lugar, todas las hipótesis del sistema deben poder someterse a prueba empírica, es decir, debe ser posible suministrar evidencia a favor o en contra. Otra característica es que las hipótesis deben poder plantearse de manera formal, es decir, las transformaciones que se hacen

de los datos para concluir sobre la verdad o falsedad de las hipótesis deben ser objetivas y replicables. Ambas características están vinculadas ya que cuando se somete a prueba una hipótesis de la clase la variable X e Y están relacionadas, se espera que, tras el análisis de los datos bajo un procedimiento objetivo, se lleguen a resultados a favor o en contra de la hipótesis planteada y que cualquiera que siga el mismo procedimiento llegue a los mismos resultados.

Para ejemplificar esto, piénsese en las hipótesis del tipo X e Y están relacionadas. Un investigador recolecta un vector de datos por cada variable y luego aplica una transformación conveniente como una r de Pearson o una prueba Chi-cuadrado. Piénsese en las transformaciones como las funciones del tipo $r(X, Y) = W$ o $\chi^2(X, Y) = Z$, los resultados de estas funciones son los valores que se reemplazan en las funciones de hipótesis $H(W) = e_W$ o $H(Z) = e_Z$.

De esta forma se puede observar que las hipótesis son susceptibles de someterse a prueba empírica. Ya que X e Y son vectores de datos obtenidos realmente. Además, las hipótesis que se someten a prueba están definidas formalmente por las transformaciones que les hacen a los datos las funciones $r(X, Y)$ y $\chi^2(X, Y)$ y su función de hipótesis $H_i(f_i)$.

Estos son los tipos más simples de modelos que pueden encontrarse. Como se verá más adelante, técnicas como el análisis factorial o los modelos de ecuaciones estructurales constituyen formas más complejas que extienden este tipo de modelos.

Dado que las teorías se someten a prueba contrastándose con los datos provenientes de la realidad, será necesario definir y describir los tipos de datos que generalmente son empleados en las ciencias sociales y especialmente en la psicología.

3.2.3. Datos en la investigación psicológica

a. Las escalas de Stevens

Las escalas propuestas por Stevens (1946), son actualmente el paradigma predominante para clasificar los datos provenientes de las ciencias del comportamiento. Este autor dividió a las variables según las propiedades numéricas que presentan. Además, esta clasificación ha resultado ser muy influyente en cuanto que los softwares de procesamiento de datos como el IBM SPSS la emplean ampliamente y los lenguajes de programación como R y Python pueden recrear esta estructura de información.

La definición que emplea Stevens (1946) está hecha en base a las propiedades numéricas que poseen las variables, proponiendo una clasificación acorde a estas propiedades.

Tabla 1. *Clasificación de las variables propuesta por Stevens*

Escala	Operaciones empíricas básicas	Estructura matemática del grupo	Estadísticas permitidas (invariante)
Nominal	Determinación de igualdad	Grupo de permutaciones $y = f(x)$, donde $f(x)$ es una función de sustitución uno a uno o una biyección.	- Número de casos - Moda - Correlaciones de tablas de contingencia
Ordinal	Determinación de mayor o menor	Grupo isotónico $y = f(x)$, donde $f(x)$ es una función de incremento monotónico	- Mediana - Percentiles
Intervalo	Determinación de igualdad de intervalos y diferencias	Grupo lineal general $y = ax + b, a > 0$	- Media - Desviación estándar - Correlaciones de rangos ordenados - Correlaciones producto momento
Razón	Determinación de igualdad de razones	Grupo de similitud $y = ax, a > 0$	- Coeficiente de variación

Fuente: Traducido de Stevens (1946)

A continuación, se desarrollará los aspectos más importantes de las escalas de medición propuestas por Stevens:

Escala nominal

Sea \mathcal{C} una clase, x_1, x_2, \dots, x_n un conjunto de objetos, $A(x)$ una función que asigna un número a estos objetos, las siguientes propiedades formales se cumplen por las escalas nominales:

$$A(x_i) = A(x_j) \Rightarrow x_i, x_j \in \mathcal{C} \quad (4)$$

$$A(x_i) \neq A(x_j) \Rightarrow x_i \notin \mathcal{C} \wedge x_j \in \mathcal{C} \vee x_i \in \mathcal{C} \wedge x_j \notin \mathcal{C} \quad (5)$$

Para Siegel y Castellan (2005), las escalas nominales son un sistema de clasificación denotado por $\mathcal{L}(x)$ que cumple lo siguiente:

$$\mathcal{L}(x_i) = \mathcal{L}(x_j) \Leftrightarrow A(x_i) = A(x_j) \quad (6)$$

$$\mathcal{L}(x_i) \neq \mathcal{L}(x_j) \Leftrightarrow A(x_i) \neq A(x_j) \quad (7)$$

Obsérvese que solo es posible asignar clases, por lo que ni la suma ni la cantidad están definidas, solo las igualdades y desigualdades.

Los análisis más relevantes que se hacen con variables en esta escala de medición son la frecuencia y las pruebas basadas en frecuencias.

Escala ordinal

Una escala ordinal s es una función que asigna a los elementos del conjunto P un número real, $s: P \rightarrow \mathbb{R}$, tal que se cumplen las siguientes condiciones (Velleman y Wilkinson, 1993):

$$i > j \Leftrightarrow s(i) > s(j), \forall i, j \in P$$

Esta escala admite transformaciones f que preservan el orden.

$$s(i) > s(j) \Rightarrow f[s(i)] > f[s(j)]$$

Siegel y Castellan (2005) indican que esta escala cumple todas las propiedades de las escalas nominales (4) y (5), además cumple que:

$$A(x_i) > A(x_j) \Rightarrow x_i > x_j \quad (8)$$

Se define una escala ordinal como un sistema de clasificación $\mathcal{L}(x)$, que incluye las propiedades del sistema de clasificación nominal (6) y (7) más una propiedad:

$$\mathcal{L}(x_i) > \mathcal{L}(x_j) \Leftrightarrow A(x_i) > A(x_j) \quad (9)$$

En esta escala se han liberado las desigualdades. Esto quiere decir que en los datos de este tipo se puede establecer orden, existen datos que son menores y existen otros que son mayores. Esto es importante ya que añade mayor información respecto a los datos, además permite realizar análisis como la comparación o correlaciones para datos ordinales.

Escala de intervalo

Las escalas de intervalo incluyen todas las características de las escalas ordinales, pero además las transformaciones preservan las diferencias relativas. En otras palabras, las distancias de los intervalos están definidas. Las escalas de Intervalo son un sistema clasificatorio $\mathcal{L}(x)$ que incluye las propiedades de las anteriores escalas (4), (5) y (8), además de las propiedades de los sistemas clasificatorios anteriores (6), (7) y (9):

$$\mathcal{L}(x) = cA(x) + b; \quad c > 0 \quad (10)$$

Las diferencias se preservan de manera que:

$$\mathcal{L}(x_i) - \mathcal{L}(x_j) = c[A(x_i) - A(x_j)] \quad (11)$$

Nótese que existe una razón entre la diferencia de cualesquiera dos intervalos (Siegel y Castellan, 2005).

Escala de razón

Estas escalas preservan las razones relativas, tienen la ausencia de magnitud definida con 0 y son isomórficas a los reales. Por lo tanto, incluyen todas las propiedades de las escalas anteriores y, además:

$$\mathcal{L}(x) = cA(x); \quad c > 0 \quad (12)$$

Tal que la razón de las clasificaciones es igual a la razón de los atributos.

$$\frac{\mathcal{L}(x_i)}{\mathcal{L}(x_j)} = \frac{A(x_i)}{A(x_j)} \quad (13)$$

A modo de crítica, esta teoría continúa siendo predominante actualmente en la investigación en psicología al punto de que se ha convertido en el paradigma de la medición, pero hay que resaltar que, tras un análisis exhaustivo, es posible encontrar ejemplos que no encajen en las categorías de Stevens (1946), además de existencia de clasificaciones alternativas, lo cual no es tomado en cuenta en la investigación psicológica actual.

b. Teoría representacional de la medición

Medir implica asignar un número a las propiedades de los objetos y eventos. La moderna teoría de la medición es representacional ya que los números que son asignados a los objetos y los eventos deben representar las relaciones percibidas entre tales objetos o eventos. Las teorías de medición representacionales tienen los siguientes elementos: Una descripción empírica de un sistema relacional, un teorema de representación y una condición de unicidad (Finkelstein y Leaning, 1984). La definición formal de una escala en la teoría representacional de la medición es:

Dado un conjunto de relaciones empíricas $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ en un conjunto de entidades no matemáticas Y y un conjunto de relaciones empíricas $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ en el conjunto de números N (generalmente es un sub conjunto o el conjunto de los reales), una función ϕ mapea Y en N tomando cada R_i en P_i , siempre que los elementos Y_1, Y_2, \dots en Y están en relación con R_i sí y solo sí los correspondientes números $\phi(Y_1), \phi(Y_2), \dots$ están en relación con P_i . La medición se concibe como un homeomorfismo de estructuras de

relaciones empíricas $\Psi = \langle Y, R \rangle$ a estructuras de relaciones numéricas $\mathcal{N} = \langle N, P \rangle$. Por lo tanto, definimos una escala como la terna ordenada $\langle \Psi, \mathcal{N}, \phi \rangle$ (Boumans, 2012).

No es propósito de esta investigación profundizar en los aspectos formales de la teoría representacional de la medición, por lo que se refieren la siguiente bibliografía de consulta Finkelstein y Leaning (1984); Muravyov y Savolainen (1997); Benoit y Foulloy (2013); Michell (2021).

3.2.4. Medición en psicología

Los problemas que atañen la recolección de datos en psicología hacen que sea necesario el empleo de modelos formales. Una rama entera de la psicología, denominada psicometría, se encarga del desarrollo teórico y tecnológico de los instrumentos para recolectar datos del comportamiento.

Estos instrumentos cuentan con una justificación teórica planteada formalmente, la cual se presentará en términos generales en la presente sección.

a. Teoría clásica de los test

El modelo más básico acerca de la medición de variables inobservables o latentes, las cuales son predominantes en psicología, es la teoría clásica de los test. Esta menciona que las puntuaciones obtenidas mediante un procedimiento de medida (y_n) pueden descomponerse en dos partes, una parte de la puntuación observada es ocasionada por errores cometidos en el proceso de medición (e_n) y otra parte es la puntuación verdadera del atributo que se está midiendo (t_n) (Tornimbeni et al., 2008). Por lo tanto, este modelo puede escribirse de la siguiente manera:

$$y_n = t_n + e_n \quad (14)$$

Este modelo hace las siguientes asunciones:

- Sean x_{ni} que asume valores enteros $\{0,1,2, \dots\}$ la puntuación de una persona n en el ítem $i \in I$
- Cada persona n tiene un valor verdadero t_n
- El mejor indicador general de la puntuación verdadera de una persona es $y_n = \sum_{i=1}^I x_{ni}$
- Los errores e_n no están relacionados entre sí, ni con las puntuaciones verdaderas de las personas.
- Entre las personas los errores suman 0 y se encuentran distribuidos normalmente.

Debido a que los errores no están relacionados entre sí, ni con las puntuaciones verdaderas (donde s^2 es la varianza), se cumple que (Andrich & Marais, 2019):

$$s_y^2 = s_t^2 + s_e^2$$

Entonces la varianza de la puntuación verdadera en relación a la varianza de la puntuación observada (la confiabilidad) es el cuadrado de la correlación entre la puntuación observada y la verdadera ($\rho^2(y, t)$) (Andrich & Marais, 2019):

$$\rho^2(y, t) = \frac{s_t^2}{s_y^2} = \frac{s_y^2 - s_e^2}{s_y^2}$$

La estimación de las puntuaciones verdaderas para la n -ésima persona es:

$$\hat{t}_n = \bar{y} + \rho^2(y_n - \bar{y})$$

Además, el error estándar de la estimación \hat{t}_n es:

$$s_e = s_y \sqrt{1 - \rho^2(y, t)}$$

b. Teoría G o Teoría de la generalizabilidad

Este modelo desarrolla la teoría clásica de los test, reconociendo la naturaleza multidimensional del error de medición y añadiendo más fuentes de error al modelo. Es una teoría estadística de la confiabilidad de las mediciones. En esta teoría un estudio G estima la magnitud de las distintas fuentes de error. El modelo más simple es el de una faceta, el cual incorpora cuatro fuentes de variabilidad, como las

diferencias individuales entre los evaluados, o puntaje en el universo (p). La diferencia en la dificultad de los ítems o debida a las condiciones (i). La interacción entre las personas y los ítems ($p \times i$). Por último, la debida a otros factores no conocidos o aleatorios (e). La tercera y cuarta fuente de variación se denomina también residual. Por lo tanto, tenemos las siguientes fuentes de variación $\sigma_p^2, \sigma_i^2, \sigma_{pi,e}^2$. Estas fuentes de variación se desean estimar (Zúñiga y Montero, 2007). Es importante señalar que hay modelos de más facetas, que incorporan más fuentes de variación. Para profundizar en la teoría de G se refiere a Shavelson y Webb (1991) y a Brennan (2001).

c. Teoría de respuesta al ítem

La teoría de respuesta al ítem son un grupo de modelos que buscan medir rasgos latentes. Estos permiten predecir la probabilidad de la respuesta a un ítem en base a la cantidad de rasgo latente que presenta el sujeto. A continuación, se presentará tres modelos, los cuales son los más representativos de esta teoría.

El modelo logístico de un parámetro

Estima la probabilidad de una respuesta correcta en el ítem i , dado el nivel de rasgo latente θ del sujeto j .

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, b) = \frac{1}{1 + e^{-D(\theta_j - b_i)}} \quad (15)$$

En este modelo, D es el parámetro de la pendiente y b_i es la dificultad o parámetro de ubicación (Van der Linden, 2016).

El modelo logístico de dos parámetros

Este modelo es para ítems de respuesta dicotómica y esta formulado de la siguiente manera:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j, a, b) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} \quad (16)$$

Donde a_i es un parámetro de discriminación del ítem i , proporcional a la pendiente de la función en el punto b_i .

El modelo logístico de tres parámetros

Este está formulado de la siguiente manera:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j, a, b, c) = c_i + \frac{1 - c_i}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}} \quad (17)$$

c_i : Parámetro pseudo-azar para el ítem i . Es decir, la probabilidad de responder al ítem de manera azarosa.

Estos tres modelos presentados son los más conocidos y extendidos en teoría de respuesta al ítem. Pero no son los únicos, existiendo una gran variedad de estos modelos. Para profundizar se sugiere la siguiente bibliografía: Van der Linden (2016) DeMars (2010). También considérense los modelos de respuesta graduada, especialmente el descrito por Samejima (Tarazona, 2013).

La teoría clásica de los test, la teoría G y la teoría de respuesta al ítem son complementarias entre sí. Todas juntas brindan un panorama mucho más amplio para sustentar teóricamente las medidas obtenidas tras la aplicación de un test.

3.2.5. Técnicas psicométricas

La psicometría es la rama de la psicología encargada de los aspectos teóricos y tecnológicos que implican la medición de las variables. En la investigación psicológica se hace uso extensivo de instrumentos de medición, los cuales están asentados en la teoría psicométrica. A partir de esta teoría se han desarrollado métodos para estimar las propiedades de las puntuaciones de los instrumentos, lo que comúnmente se conoce como confiabilidad y validez. En este apartado se describirán las más utilizadas.

a. Alfa de Cronbach

Este coeficiente es una medida de la consistencia interna que indica el grado de covarianza de los ítems. La formulación es la siguiente:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{S_t^2} \right); \alpha \in [0,1] \quad (18)$$

Donde:

K : Es el número de ítems

S_i^2 : Es la varianza de cada ítem

S_t^2 : Es la varianza del total

b. Fórmulas Kuder–Richardson KR-20 y KR-21

Estas son estimaciones de la confiabilidad de los test psicológicos, se utilizan cuando las alternativas de respuesta son dicotómicas. También, la fórmula KR-20 tiene condiciones más débiles que el KR-21, además, requiere que los ítems tengan la misma dificultad (aciertos contra errores), supuesto que no siempre se cumple (Sarwiningsih, 2017).

La fórmula KR-20 está dada por:

$$KR_{20} = \frac{K}{K-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{S_x^2} \right); KR_{20} \in [0,1] \quad (19)$$

Donde:

p_i : Es el número de aciertos en el ítem i

q_i : Es el número de errores en el ítem i

$S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2$, es la varianza de las puntuaciones empíricas.

La fórmula KR-21 está dada por:

$$KR_{21} = \frac{K}{K-1} \left(1 - \frac{\bar{X}(K-\bar{X})}{K S_x^2} \right); KR_{21} \in [0,1] \quad (20)$$

c. Coeficiente Omega de McDonald

Otros nombres con los que puede encontrarse en la literatura es Rho de Dillon-Goldstein o Rho de Jöreskog. Este coeficiente surge como una alternativa al Alfa de Cronbach, se debe señalar que esta última está afectada por el número de ítems (Ventura y Caycho, 2017).

La formulación es la siguiente:

$$\omega = \frac{(\sum_{i=1}^i \lambda_i)^2}{(\sum_{i=1}^i \lambda_i)^2 + (\sum_{i=1}^i 1 - \lambda_i^2)}; \omega \in [0,1] \quad (21)$$

Donde: λ_i es la carga factorial estandarizada en i .

d. Confiabilidad Test-retest

Se toman los datos en dos periodos de tiempo, lo suficientemente distanciados entre sí. La confiabilidad test-retest se obtiene correlacionando las puntuaciones de las pruebas en los momentos i y j . Para establecer esta relación se aplica el coeficiente de Pearson (Véase 3.2.9.a.).

e. Método de las dos mitades o Split Half de Guttman

Esta es una prueba para el cálculo de la consistencia interna de las pruebas. Consiste en dividir en dos los ítems del test y tratarlos como si fuesen formas paralelas. Guttman propuso seis fórmulas para este coeficiente (Hayes y Pritchard, 2013), las cuales se describirán en términos generales:

Las siguientes definiciones son necesarias: k es el número de ítems; s_i^2 es el estimador insesgado de los ítems; s_p^2 es el estimador insesgado de las personas; v_{ij}^2 es la covarianza de los ítems i, j ; $\frac{1}{(V^{-1})_{ii}}$ es la varianza de los errores del ítem i .

$$\lambda_1 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_p^2} \quad (22)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{\sqrt{\frac{2k}{k-1} \sum_j^k \sum_{i<j}^k v_{ij}^2}}{s_p^2} \quad (23)$$

$$\lambda_3 = \frac{k}{k-1} \lambda_1 \quad (24)$$

$$\lambda_4 = \lambda_1 + \frac{4 \sum_j^k \sum_{i < j}^k v_{ij}^2}{s_p^2} \quad (25)$$

$$\lambda_5 = \lambda_1 + \frac{2 \sqrt{\max \sum_j^k v_{ij}^2}}{s_p^2} \quad (26)$$

$$\lambda_6 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k \left[\frac{1}{(V^{-1})_{ii}} \right]}{s_p^2} \quad (27)$$

f. Fórmula de predicción de Spearman-Brown

Cuando una misma prueba se divide en dos mitades, la correlación entre estas dos mitades debe corregirse para hacer una estimación más precisa de la consistencia interna de la prueba (Charter, 2001). Esta técnica calcula la confiabilidad prevista empleando:

$$r_{kk} = \frac{2r_{12}}{1 + r_{12}} \quad (28)$$

Donde:

r_{12} : Es la correlación entre las mitades de la prueba

r_{kk} : Es la estimación de la confiabilidad de la prueba

g. Coeficiente kappa de Cohen

Es empleado para medir el índice de acuerdo entre jueces (no necesariamente humanos) que clasifican E elementos dentro de C categorías. Proporciona un índice de fiabilidad de las evaluaciones realizadas (Fonseca et al., 2013).

$$\kappa = \frac{p_0 - p_c}{1 - p_c} \quad (29)$$

Donde:

p_0 : Es la probabilidad de acuerdo relativo entre los evaluadores

p_c : Es la probabilidad de que los acuerdos se deban al azar

h. V de Aiken

Esta prueba permite cuantificar la relevancia de los ítems respecto a un dominio de contenido en función de la valoración de N jueces (Robles, 2018). En psicología es utilizada como un indicador de validez de contenido.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{N(c-1)}; V \in [0,1] \quad (30)$$

Donde:

n_i : Valor que asigna el juez i

N : Número de jueces

c : Número de valores de la escala que valora el juez

3.2.6. Muestreo

La necesidad de obtener una muestra radica en que no siempre resulta posible tomar datos de toda la población, por lo tanto, es necesario obtener una muestra que resulte lo más representativa posible que permita realizar una generalización de los resultados a toda la población. La representatividad se garantiza cuando se obtiene una muestra de manera aleatoria, algo que no siempre se cumple en la investigación en ciencias sociales, y especialmente en psicología. A continuación, se presentarán las ecuaciones de muestreo más utilizadas en psicología, las que corresponden para estimar una proporción, para estimar la media y las versiones para los casos en los que la población es conocida o es desconocida.

En primer lugar, está el caso en el cual la población es conocida:

Estimar una proporción	Estimar la media
$n = \left\lceil \frac{Z^2 N p q}{e^2 (N - 1) + Z^2 p q} \right\rceil$	$n = \left\lceil \frac{Z^2 N \sigma^2}{e^2 (N - 1) + Z^2 \sigma^2} \right\rceil$

(31)

Donde:

N : Población

Z : Nivel de confianza

e : Precisión

p : Probabilidad de éxito

q : Probabilidad de fracaso

σ : Desviación estándar

En el caso de población desconocida, se asume que esta es infinita por lo que al evaluar la función en el límite se tiene que:

$$\begin{array}{cc} \text{Estimar una proporción} & \text{Estimar la media} \\ n = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{Z^2 N p q}{e^2 (N-1) + Z^2 p q} \right] = \left[\frac{Z^2 p q}{e^2} \right] & n = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{Z^2 N \sigma^2}{e^2 (N-1) + Z^2 \sigma^2} \right] = \left[\frac{Z^2 \sigma^2}{e^2} \right] \end{array} \quad (32)$$

3.2.7. Pruebas de bondad de ajuste

Estas pruebas buscan identificar si los datos provienen de una determinada distribución de probabilidades. En psicología generalmente se prueba la normalidad de los datos con el fin de poder determinar qué tipo de prueba utilizar para el análisis. A continuación, se presentarán las más empleadas.

a. Prueba de Kolmogorov-Smirnov

Esta prueba es empleada cuando el tamaño de los datos es mayor a 30, sirve para verificar si estos provienen de una distribución normal. Tiene la siguiente formulación:

$$D = \sup_{1 \leq i \leq n} |\hat{F}_n(x_i) - F_0(x_i)| \quad (33)$$

Donde:

x_i : El i -ésimo valor observado, ordenado previamente de menor a mayor.

$\hat{F}_n(x_i)$: Es el estimador de la probabilidad de observar valores que sean menores o iguales a x_i .

$F_0(x_i)$: Probabilidad de observar valores menores o iguales a x_i cuando H_0 es cierta.

En otras palabras, D viene a ser la mayor diferencia observada entre la frecuencia acumulada observada $\hat{F}_n(x_i)$ y la teórica $F_0(x_i)$.

b. Prueba de Lilliefors

Esta es una prueba de normalidad que se utiliza para mejorar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para valores pequeños en las colas de las distribuciones de probabilidad. Esta prueba puede emplearse cuando no se conoce la media o la desviación estándar de la población.

Sus hipótesis son:

H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

H_1 : Los datos no provienen de una distribución normal

Las asunciones que hace la prueba es que los datos han sido obtenidos de manera aleatoria. Cuando el estadístico es significativamente largo se puede rechazar H_0 y concluir que los datos provienen de una distribución normal.

Su cálculo requiere la obtención de las puntuaciones Z que son dadas por:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{s}; i = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

Donde:

Z_i : Puntaje Z del i -ésimo caso.

x_i : i -ésimo caso.

\bar{X} : Media.

s : Desviación estándar.

El cálculo de la prueba de Lilliefors es realizado bajo la siguiente ecuación.

$$T = \sup_x |F^*(x) - S(x)| \quad (35)$$

Donde:

$F^*(x)$: La función de distribución normal estándar.

$S(x)$: La distribución empírica de los puntajes Z_i .

c. Test Shapiro-Wilk

Esta prueba sirve para poder probar la normalidad de un conjunto de datos. La hipótesis nula es que los datos son normales.

$$H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$$
$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (36)$$

Donde:

$x_{(i)}$ indica que los valores de x están ordenados de menor a mayor.

$a_i = (a_1, \dots, a_n) = \frac{m'V^{-1}}{\sqrt{m'V^{-1}V^{-1}m}}$ es una constante de la prueba

$m = (m_1, \dots, m_m)'$ es el vector de valores esperados del estadístico ordenado.

$V = (v_{ij})$ es la matriz de covarianzas de dimensión $n \times n$.

Comúnmente este estadístico es empleado para probar la normalidad de un conjunto de datos pequeño, de tamaño menor a 30.

3.2.8. Técnicas para comparar grupos

El grueso de las técnicas matemáticas empleadas en psicología es utilizado para el análisis de los datos y para la realización de modelos. Un grupo de modelos bien establecidos son aquellos que buscan comparar grupos entre sí y verificar si existen diferencias entre ellos.

a. Las pruebas t de Student

Son un grupo de pruebas que tienen como base la distribución t de Student. A continuación, se describirá cada una de estas pruebas.

Prueba t para una muestra

Su formulación es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (37)$$

Donde: \bar{X} es el promedio muestral, μ es la media teórica, s es la desviación estándar muestral y n es el tamaño de muestra. Además, los grados de libertad vienen dados por $gl = n - 1$.

Prueba t para muestras relacionadas

De igual forma, es posible obtener una prueba t para verificar si existen diferencias entre dos muestras relacionadas, donde \bar{X}_D es la media de las diferencias, los grados de libertad vienen dados por $gl = n - 1$, la formulación es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{X}_D}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (38)$$

Prueba t para muestras independientes

Existen tres casos, el primero es cuando los tamaños muestrales son iguales y las varianzas son iguales:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}} \quad (39)$$

Donde \bar{X}_1 y \bar{X}_2 son el promedio de las muestras, μ_1 y μ_2 son las medias poblacionales, si son desconocidas se asumen como 0. s_1^2 y s_2^2 son las varianzas muestrales. Los grados de libertad están dados por $gl = 2n - 2$

Otra prueba t para muestras independientes es cuando se asume que las varianzas son iguales y los tamaños muestrales pueden ser iguales o diferentes.

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (40)$$

Los grados de libertad para esta prueba son:

$$gl = n_1 + n_2 + 2$$

Luego está la prueba t para muestras independientes cuando se asume varianzas diferentes y los tamaños muestrales pueden ser iguales o diferentes:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (41)$$

Donde n_1 y n_2 son los tamaños muestrales de cada grupo. Así mismo, los grados de libertad son:

$$gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$

Pruebas para proporciones o pruebas z

Otro tipo de prueba t es empleada para comparar una proporción observada con una proporción teórica. Esta prueba es similar a la prueba t para una muestra.

$$z = \frac{(p - \pi)}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \quad (42)$$

Donde p es la proporción observada, $\mu_p = \mu = \pi$ es la proporción teórica.

Otra prueba t para muestras independientes es la que se utiliza para comparar dos proporciones:

$$z = \frac{(p_1 - p_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}}} \quad (43)$$

Donde p_1 y p_2 son las proporciones observadas de cada una de las muestras.

b. U de Mann-Whitney

Esta prueba es un procedimiento no paramétrico empleado para comparar dos grupos independientes y ver si son estadísticamente significativos. Está representada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}U_1 &= n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1 \\U_2 &= n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2\end{aligned}\tag{44}$$

Donde: U_1 y U_2 son los dos posibles valores U calculados; n_1 y n_2 son los tamaños de los dos grupos a comparar; R_1 y R_2 son la suma de los rangos de los puntajes de cada grupo. Luego debe asignársele el rango a cada una de las puntuaciones del vector ordenado en caso de que el número de datos sea mayor a 1 es necesario promediar los rangos que corresponden a cada uno de los valores repetidos para obtener un rango medio, esto se conoce como rangos fraccionarios.

En caso de empates, debe calcularse una corrección. Para esto se debe calcular la frecuencia absoluta de cada uno de los elementos del vector ordenado, llamaremos a este vector F . El siguiente paso es calcular un parámetro denominado T que se define como:

$$T = \sum_{i=1}^{n_1+n_2} \frac{f_i^3 - f_i}{12}$$

Finalmente se asigna el valor correspondiente a cada vector y se suma de manera independiente para obtener R_1 y R_2 .

El valor de U se elige según la siguiente regla:

$$U = \begin{cases} U_1 & \Leftrightarrow U_1 < U_2 \\ U_2 & \Leftrightarrow U_2 < U_1 \end{cases}$$

Para calcular la significancia de la prueba se tiene que calcular la media definida por:

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} = \frac{U_1 + U_2}{2}\tag{45}$$

Y el error estándar, el cual, en caso de no haber empates se define como:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad (46)$$

En el caso de haber empates debe utilizarse la siguiente corrección:

$$\sigma_U = \sqrt{\left(\frac{n_1 n_2}{N(N-1)}\right) \left(\frac{N^3 - N}{12} - T\right)} \quad (47)$$

Donde $N = n_1 + n_2$. Luego puede obtenerse el puntaje estandarizado a partir del cual se puede calcular el p valor:

$$Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \quad (48)$$

c. Wilcoxon T

Este es un procedimiento no paramétrico empleado para comparar dos grupos relacionados, su principal aplicación en la psicología es al momento de verificar las diferencias entre las puntuaciones tras la aplicación de un programa o una intervención.

El cálculo consiste, en primer lugar, en obtener las diferencias entre las puntuaciones de los dos vectores, en caso la diferencia sea 0 se elimina la fila y el tamaño de n decrece en una unidad. Luego se obtiene el valor absoluto de estas diferencias. A este último vector calculado se le aplica el algoritmo de rangos fraccionarios. Luego se agrupan y suman los rangos obtenidos dependiendo si fueron obtenidos de una diferencia con signo positivo (T_+) o de una diferencia con signo negativo (T_-). El estadístico se obtiene seleccionando el valor mínimo de estas sumas, $T = \min(T_+, T_-)$.

Debe calcularse un término E en caso de empates, para esto se obtienen las frecuencias de los valores absolutos de las diferencias f_i y se realiza el siguiente procedimiento:

$$E = \sum_{i=1}^g \frac{f_i^3 - f_i}{2}$$

Para calcular la significancia de la prueba se tiene que calcular la media y la desviación estándar empleando las siguientes fórmulas:

Para la media:

$$\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}$$

En caso de empates la desviación estándar es:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - E}$$

En caso de no haber empates la desviación estándar queda de la siguiente manera:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

Finalmente se obtiene un puntaje z , el cual tiene una distribución normal estándar y sobre la cual es fácil calcular la probabilidad asociada. Este se define por:

$$z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

d. ANOVA de un factor

Se estudia el efecto de un único factor sobre la media de la variable respuesta. Busca dividir la varianza en tres una varianza total V_t que es la suma de la variabilidad debido al factor V_F y la variabilidad residual V_R .

$$V_t = V_F + V_R \quad (49)$$

Se puede estimar V_t a partir de la suma total de cuadrados STC , V_F se puede estimar mediante la suma de cuadrados del factor SCF (dentro) y V_R se estima a partir de la suma de cuadrados residual SCR (entre).

Las hipótesis a contrastar son:

$$H_0: m_i = \dots = m_n$$

$$H_1: \exists i, \dots, k; i \neq \dots \neq k \mid m_i \neq m_n$$

Los cálculos que se realizan para el contraste son primero hallar la STC , está requiere del cálculo de la gran media, que es la media de todos los datos o la media de las medias de cada columna y se denota como $\bar{\bar{X}}$.

La suma total de cuadrados está dada por la siguiente operación matricial sobre la matriz de datos del factor.

$$STC = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 \quad (50)$$

Los grados de libertad vienen dados por el número de grupos k del factor multiplicado por el número de sujetos n y restando la unidad $gl = kn - 1$.

La suma de cuadrados del factor o dentro de los grupos se calcula a partir de la siguiente expresión, nótese que ahora la diferencia se hace en función de la media de cada columna.

$$SCF = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_j)^2 \quad (51)$$

Los grados de libertad en este caso vienen dados por $k(n - 1)$.

La suma de cuadrados residual o suma de cuadrados entre grupos viene dada por:

$$SCR = n \sum_{j=1}^k (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 \quad (52)$$

En este caso los grados de libertad vienen dados por $k - 1$.

Es importante notar que en este caso $STC = SCF + SCR$ por lo que se cumple con que se puede estimar la varianza total y descomponer.

Para probar la hipótesis de diferencias se emplea una distribución F y el estadístico de contraste viene dado por:

$$F = \frac{SCR(n^2 - n)}{SCF(m - 1)} \quad (53)$$

Las asunciones que hace este modelo son que:

- 1) Las muestras deben ser independientes
- 2) Se asume normalidad de los datos
- 3) Las varianzas, aunque desconocidas, se asumen como iguales.

e. H de Kruskal-Wallis

Es una prueba no paramétrica que se aplica para más de dos grupos independientes, busca determinar si existen diferencias entre estos grupos. La variable dependiente puede ser ordinal o de intervalo.

Para el caso de empates debe hacerse una corrección. En primer lugar, se ordenan todos los valores de los k grupos. Se obtiene su frecuencia absoluta y se calcula la corrección por empates de la siguiente forma:

$$E = \sum_{i=1}^g f_i^3 - f_i$$

Luego se asignan rangos a cada uno de los grupos empleando el algoritmo de rangos fraccionarios. La suma de los rangos de cada grupo es R_j y n_j es el número de casos de cada grupo.

El estadístico H de Kruskal-Wallis sin corrección por empates se define como:

$$H = \frac{12}{N(N + 1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N + 1) \quad (54)$$

El estadístico H de Kruskal-Wallis con corrección por empates es:

$$H = \frac{\frac{12}{N(N + 1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N + 1)}{1 - \frac{E}{N^3 - N}} \quad (55)$$

Este estadístico tiene una distribución χ^2 con $k - 1$ grados de libertad.

f. ANOVA de medidas repetidas

En los casos en los cuales las muestras no son independientes entre sí, no es posible emplear el ANOVA de un factor. Los grupos en estos casos están relacionados, por lo que se pueden definir como distintas mediciones en el tiempo y es una generalización de las pruebas t para muestras relacionadas.

Al igual que en el ANOVA debe calcularse la suma total de cuadrados de la ecuación (49). Aunque también es útil incluir la siguiente fórmula, donde s_{Total}^2 es la varianza total:

$$SCT = (kn - 1)s_{Total}^2 \quad (56)$$

Además, debe incluirse la suma de cuadrados entre las medidas (SCM) y la suma de cuadrados entre los sujetos (SCS).

$$SCM = n \sum_{i=1}^n (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2 \quad (57)$$

Con $gl_{SCM} = k - 1$ grados de libertad.

$$SCS = k \sum_{j=1}^k (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 \quad (58)$$

Los grados de libertad son $gl_{SCS} = n - 1$.

También, debe calcularse la suma de cuadrados residual (SCR), con $gl = (kn - 1) - (k - 1) - (n - 1)$.

$$SCR = SCT - SCM - SCS \quad (59)$$

El estadístico F viene dado por:

$$F = \frac{SCM/gl_{SCM}}{SCS/gl_{SCS}} \quad (60)$$

g. Test de Friedman

Es la alternativa no paramétrica a la prueba ANOVA para medidas repetidas. Verifica que por lo menos uno de los

grupos es diferente del resto. Emplea el algoritmo de rangos fraccionarios, pero en vez de asignarlo a las columnas, lo hace por filas. R_j es la suma de los rangos por columnas. En caso de empates debe calcularse una corrección que es:

$$e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k f_{ij}^3$$

El estadístico, en caso de no haber empates es:

$$F_r = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3n(k+1) \quad (61)$$

En caso de empates el estadístico es:

$$F_r = \frac{12 \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3n^2(k+1)^2}{nk(k+1) + \frac{nk-e}{k-1}} \quad (62)$$

El estadístico sigue una distribución χ^2 con $gl = k - 1$ grados de libertad.

3.2.9. Técnicas de correlación y asociación

Además de comparar grupos, los investigadores están interesados en conocer cuál es la relación o asociación entre dos o más variables.

a. r de Pearson

Es uno de los modelos más usados para estimar la relación entre dos variables. Su formulación es la siguiente.

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n xy - \sum_{i=1}^n x \sum_{i=1}^n y}{[n \sum_{i=1}^n x^2 - (\sum_{i=1}^n x)^2][n \sum_{i=1}^n y^2 - (\sum_{i=1}^n y)^2]} \quad (63)$$

El estadístico $r_{xy} \in [-1,1]$, mientras más se aproxime a los extremos del intervalo más fuerte es la asociación, mientras más se aproxime al centro del intervalo, es decir a 0 la correlación se hace más débil. El signo del estadístico indica el sentido de la correlación.

Es posible calcular la significancia de este estadístico, la cual indica la posibilidad de generalizar el coeficiente de correlación muestral a la población. Las hipótesis son:

$$\begin{aligned} H_0: \rho &= 0 \\ H_1: \rho &\neq 0 \vee \rho < 0 \vee \rho > 0 \end{aligned} \quad (64)$$

El estadístico tiene distribución t con $gl = n - 2$ grados de libertad y n es el número de pares de casos.

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (65)$$

Cabe señalar que esta prueba es bastante mal utilizada en la investigación psicológica, al punto de que los investigadores asumen que significa ajuste o existencia de la correlación cuando es significativa. Pero debe señalarse que solo tiene interpretación en el caso se haya realizado un muestreo aleatorio y si se presta atención a (64) la hipótesis que se está probando es que la correlación en la población es distinta de 0.

b. Rho de Spearman

Es una medida de la correlación entre dos variables, constituye una de las alternativas no paramétricas al test r de Pearson. Para el cálculo del coeficiente Rho de Spearman se deben ranquear los pares de vectores empleando el algoritmo de rangos fraccionarios. Luego se debe obtener la diferencia entre los rangos de los vectores al cuadrado d_i^2 .

La prueba viene expresada por:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^2(n-1)}, \rho \in [-1,1] \quad (66)$$

Donde:

d_i : Son las diferencias entre los rangos de la variable x e y

n : Corresponde al número de pares de datos.

La interpretación del coeficiente ρ es la misma que la del r de Pearson, así mismo, la significancia de la prueba se calcula empleando la fórmula (65).

c. τ de Kendall

Este coeficiente se utiliza para establecer la correlación entre dos variables ordinales, o en el caso de tener una variable ordinal y otra continua.

Existen tres formas de realizar el cálculo del coeficiente. En primer lugar, la forma τ_a esta definida de la siguiente manera.

$$\tau_a = \frac{2(n_c - n_d)}{n(n - 1)} \quad (67)$$

Donde:

n_c : Es el número de pares concordantes

n_d : Es el número de pares discordantes

Su cálculo implica la obtención de pares concordantes y discordantes. Un par de observaciones (X_i, Y_i) y (X_j, Y_j) son concordantes si: $X_i > X_j \wedge Y_i > Y_j \vee X_i < X_j \wedge Y_i < Y_j$

Por otra parte, un par es discordantes si: $X_i > X_j \wedge Y_i < Y_j \vee X_i < X_j \wedge Y_i > Y_j$.

El número total de pares viene dado por la siguiente fórmula:

$$n_c + n_d = \frac{n(n - 1)}{2}$$

Para el caso de tener valores repetidos en los vectores debe realizarse una corrección, es en estos casos en los que se emplea la fórmula τ_b :

$$\tau_b = \frac{(n_c - n_d)}{\sqrt{\frac{1}{2}n(n - 1) - T_x} \sqrt{\frac{1}{2}n(n - 1) - T_y}} \quad (68)$$

Donde:

$T_x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s_x} (t_i^2 - t_i)$ es el ajuste para valores repetidos en x

$T_y = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s_y} (u_i^2 - u_i)$ es el ajuste para valores repetidos en y

En primer lugar, deben obtenerse los rangos ordenados para ambos vectores, esto con el algoritmo de rangos fraccionarios. Luego por cada columna se obtiene el número de grupos s_x y s_y junto con el número de valores iguales en cada grupo t_x y u_x respectivamente. Luego el total de pares concordantes y discordantes se obtiene a partir de los vectores con rangos ordenados.

Finalmente, la prueba τ_c tiene la siguiente formulación:

$$\tau_c = \frac{m(n_c - n_d)}{n^2(m - 1)} \quad (69)$$

Donde:

f : número de filas

c : número de columnas

$m = \min(f, c)$

d. Prueba de Chi-cuadrado

La prueba chi es una prueba de asociación entre dos variables nominales u ordinales, las cuales pueden representarse en una tabla de doble entrada. El estadístico se obtiene calculando los valores esperados y aplicando la siguiente ecuación:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^f \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}; \chi^2 \in [0, \infty) \quad (70)$$

Donde:

O : Son los valores observados

E : Son los valores esperados

f : Es el número de filas

c : Es el número de columnas

El valor χ^2 calculado tiene una distribución Chi-cuadrado, por lo cual luego se puede obtener su significancia realizando la integral del área bajo la curva en el intervalo $[\chi^2, \infty)$. Además, para el cálculo de esta integral se requieren de los grados de libertad de la prueba que están dados por $k = (f - 1)(c - 1)$.

e. Prueba de McNemar

Esta prueba se aplica cuando se cuentan con muestras pareadas, comúnmente es usada en estudios experimentales o cuasiexperimentales en los que se quiere evaluar un tratamiento. Matricialmente consiste en el cálculo de los valores esperados en las casillas de una tabla 2×2 . Sea la siguiente matriz los recuentos A , B , C y D de la tabla cruzada.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

La prueba de McNemar tiene la siguiente formulación

$$\chi^2 = \frac{(B - C)^2}{B + C} \quad (71)$$

Además, cuando los recuentos dentro de las casillas son pequeños debe utilizarse la corrección por continuidad de Yates:

$$\chi^2 = \frac{(|B - C| - 1)^2}{B + C} \quad (72)$$

Estos estadísticos tienen una distribución chi-cuadrado con $gl = 1$ grados de libertad.

3.2.10. Modelo lineal general

En primer lugar, es necesario señalar que dentro de estos modelos también se encuentra el ANOVA, pero debido a que ya fue abordado en 3.2.8.d. y en 3.2.8.f., no se tocará en esta sección. Por modelo lineal general se entiende a un tipo de modelo que está escrito en los siguientes términos:

$$\text{datos} = \text{modelo} + \text{error}$$

Todos los modelos que se verán a continuación tienen esta forma, e incluso, los modelos de los siguientes puntos, como

el análisis factorial y los modelos de ecuaciones estructurales (Rutherford, 2001).

a. Regresión lineal simple

La regresión lineal simple constituye uno de los modelos más básico para poder predecir una variable a partir de otra que se encuentra relacionada con la misma. El modelo viene dado por la siguiente expresión (nótese que corresponde a la ecuación punto pendiente):

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x \quad (73)$$

Donde:

β_0 : Es el punto de coordenadas $(0, \beta_0)$.

β : Es la pendiente.

Además, las constantes β_0 y β se calculan a partir de las siguientes ecuaciones matriciales:

$$\beta_0 = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i y_i) - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (74)$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \beta_0 \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (75)$$

También pueden estimarse estos parámetros haciendo uso del método de mínimos cuadrados descrito en la ecuación (78).

b. Regresión lineal múltiple

Es una generalización del modelo de regresión lineal simple. Incorpora k variables independientes al modelo.

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad (76)$$

Matricialmente el modelo puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (77)$$

Expresado de forma compacta $\mathbf{Y} = \mathbf{XB} + \mathbf{E}$.

La estimación del vector de los parámetros **B** se hace mediante el método de mínimos cuadrados:

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (78)$$

Una demostración de esta estimación puede encontrarse en Rojo (2007). La varianza de este modelo puede descomponerse empleando ANOVA en: suma de cuadrados total, suma de cuadrados explicada y suma de cuadrados residual.

c. Análisis de la covarianza ANCOVA

Constituye una intersección entre los modelos de regresión y el ANOVA. Son modelos lineales, como los de regresión que incorporan por lo menos una variable continua y por lo menos una variable nominal u ordinal. En primer lugar, es necesario definir a la covarianza como:

$$\mathbf{cov}_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n - 1} \quad (79)$$

El ANCOVA, tiene una formulación similar a la regresión lineal múltiple:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta(x_{ij} - \bar{X} \dots) + \varepsilon_{ij} \quad (80)$$

Donde:

y_{ij} : Valor de la variable de respuesta que corresponde al tratamiento i en la repetición j .

μ : Promedio general

α_i : Efecto del tratamiento i

x_{ij} : Valor de la variable x en la parcela de tratamiento i y la repetición j

$\bar{X} \dots$: Media general de la covariable

β : Coeficiente de regresión lineal

ε_{ij} : Error experimental

Es necesario señalar que estos no son los únicos modelos dentro de los modelos lineales generales, es posible

encontrar generalizaciones tanto del ANOVA como del ANCOVA, denominadas MANOVA y MANCOVA respectivamente, las cuales son técnicas multivariadas.

3.2.11. Análisis factorial

Se presentará la interpretación psicométrica de este modelo, teniendo en cuenta que puede dársele otras interpretaciones dependiendo del campo de estudio donde se aplique. El análisis factorial es una técnica multivariada, que incluye en su formulación, variables latentes, es decir, variables que no son directamente observables, sino que se infieren a partir de variables que si son directamente observables y que explicarían las correlaciones que las variables observables presentan. El modelo está representado por un sistema de ecuaciones lineales, que tienen la misma forma que una ecuación de regresión.

$$\begin{pmatrix} X_1 = \mu_1 + \lambda_{11}f_1 + \lambda_{12}f_2 + \dots + \lambda_{1k}f_k + u_1 \\ X_2 = \mu_2 + \lambda_{21}f_1 + \lambda_{22}f_2 + \dots + \lambda_{2k}f_k + u_2 \\ \vdots \\ X_p = \mu_p + \lambda_{p1}f_1 + \lambda_{p2}f_2 + \dots + \lambda_{pk}f_k + u_p \end{pmatrix} \quad (81)$$

Este modelo puede resumirse empleando notación matricial expresándose de la siguiente manera:

$$X = \mu + \Lambda F + U \quad (82)$$

Si además los factores son independientes entre sí, este modelo es denominado modelo factorial ortogonal.

Donde:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix} \text{ es la matriz de datos.}$$

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{pmatrix} \text{ es el vector de medias de las variables.}$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1k} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & \dots & \lambda_{pk} \end{pmatrix} \text{ es la matriz de cargas factoriales.}$$

$$F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_k \end{pmatrix} \text{ es el vector de factores comunes (comunalidad).}$$

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{pmatrix} \text{ es el vector de factores específicos.}$$

Además, tiene que tenerse en cuenta que este modelo presenta una serie de supuestos los cuales se enlistarán a continuación (Primi, 2012).

La esperanza de los factores es cero $\mathbf{E}[F] = 0$.

La varianza de las comunalidades es la matriz identidad de dimensión $k \times k$.

$$\mathbf{var}[F] = \mathbf{E}[FF'] = I$$

La esperanza de los factores específicos es cero $\mathbf{E}[U] = 0$

La varianza de los factores específicos es una matriz diagonal Ψ de dimensión $p \times p$.

$$\mathbf{var}[U] = \mathbf{E}[UU'] = \Psi$$

En forma matricial:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_p \end{pmatrix}$$

Además, la covarianza entre los factores comunes y los factores específicos es 0, esto es $\mathbf{cov}[U, F] = \mathbf{E}[UF'] = 0$.

La estructura de covarianza del modelo factorial ortogonal está dada por:

$$\Sigma = \mathbf{cov}[X] = \Lambda\Lambda' + \Psi$$

Además:

$$\mathbf{cov}[X, F] = \Lambda$$

Existen dos vertientes del análisis factorial, estas son el análisis factorial exploratorio y el análisis factorial

confirmatorio. No son distintos modelos, sino que son diferentes formas de desarrollar el mismo modelo y tienen utilidades específicas y complementarias entre sí.

a. Análisis factorial exploratorio

El análisis factorial exploratorio es una variante del análisis factorial. En este se busca conocer en cuantos factores puede resumirse el conjunto de datos. Esta técnica, junto con el análisis factorial confirmatorio, provee la base formal en la que está basada la validez de constructo en psicometría. Cuando se habla de dimensiones de un instrumento, debe poder demostrarse su existencia, la manera de hacer esto es mediante el análisis factorial. Al realizar un análisis factorial exploratorio emerge una estructura de ítems que están fuertemente relacionados entre sí y débilmente relacionados con el resto, estos grupos son denominados factores. Ya que las dimensiones de los instrumentos están conformadas por ítems los factores deberían poder recrear la estructura del instrumento, proporcionando evidencia de la existencia del constructo.

Por lo tanto, el análisis factorial exploratorio es básicamente una técnica de reducción de dimensiones, ya que se busca explicar un conjunto grande de datos, mediante un número reducido de variables, que mantenga la mayor cantidad posible de información del conjunto original.

Existen varios métodos para calcular el número de factores, a continuación, se describirán los más utilizados, recordando al lector que esto no es una presentación exhaustiva, y se recomienda profundizar en las referencias citadas.

Análisis de componentes principales

Esta técnica sirve para reducir dimensiones, su cálculo se hace de la siguiente manera. Primero se calcula $\mathbf{B} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}$ en donde \mathbf{X} es un vector de variables aleatorias y $\bar{\mathbf{X}}' =$

$[\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_j]$, luego se obtienen las covarianzas del vector \mathbf{B} , las cuales vienen dadas por la siguiente expresión $\mathbf{C} = \frac{1}{n-1} \mathbf{B}'\mathbf{B}$ (Brunton y Kutz, 2017). El primer componente principal v_1 es:

$$v_1 = \operatorname{argmax}_{\|v_1\|=1} v_1' \mathbf{B}'\mathbf{B} v_1 \quad (83)$$

Donde argmax es la función argumento del máximo. La ecuación (83) representa el autovector de $\mathbf{B}'\mathbf{B}$ que corresponde al autovalor más grande.

Por otra parte, obteniendo la descomposición de \mathbf{C} es posible obtener los componentes principales:

$$\mathbf{C}\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{D}$$

Donde \mathbf{V} son los autovectores y \mathbf{D} son los autovalores. Esta descomposición está garantizada siempre que \mathbf{C} sea una matriz hermitiana. Por lo tanto, el vector de componentes principales de \mathbf{T} es:

$$\mathbf{T} = \mathbf{B}\mathbf{V}$$

Método de máxima verosimilitud

Consiste en encontrar las cargas factoriales y las varianzas específicas que maximicen la función de verosimilitud (Chen, 2010), viene dado por:

$$\log(L(\Lambda, \Psi)) = -\frac{np}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log|\Sigma| - \frac{1}{2} X' \Sigma^{-1} X \quad (84)$$

Método de mínimos cuadrados

Son dos métodos los principalmente utilizados, el método de mínimos cuadrados no ponderados y el método de mínimos cuadrados generalizados. Ambos métodos buscan minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre la matriz de correlación observada y la matriz de correlación reproducida (De la Fuente, 2011).

Rotación factorial

Para conseguir una estructura más simple de las cargas factoriales obtenidas por los métodos de estimación es necesario rotarlas. Para esto se han desarrollado varios métodos que permiten obtener esta estructura más simple. En la literatura se señalan:

Rotación ortogonal: Conserva la independencia de los factores. Entre estas se encuentran: Rotación VARIMAX, Rotación QUATRIMAX, Rotación EQUAMAX (De la Fuente, 2011).

Rotación oblicua: No se requiere que la matriz sea ortogonal, solamente singular, se encuentran: Rotación Oblim y el Método PROMAX (De la Fuente, 2011).

b. Análisis factorial confirmatorio

En este tipo de análisis factorial lo que se busca es confirmar el ajuste de los datos a un modelo factorial propuesto por el investigador. A diferencia del análisis factorial exploratorio no se busca identificar en cuantos factores puede resumirse el conjunto de datos, sino si el conjunto de datos se ajusta de manera adecuada a un modelo previamente establecido. Una vez realizada la especificación del modelo, se procede a obtener los indicadores de ajuste.

Chi cuadrado del modelo

Indica las diferencias entre los valores observados y la matriz de covarianzas esperadas (Costa y Sarmiento, 2019). Las hipótesis que se prueban son:

H_0 : El modelo propuesto y la estructura de los datos son similares

H_1 : Existen diferencias entre el modelo propuesto y la estructura de los datos

Normed Fit Index [Índice de ajuste normalizado] (*NFI*)

También denominado índice de ajuste normalizado de Bentler-Bonett. Analiza las discrepancias entre el chi cuadrado del modelo propuesto y el chi cuadrado del modelo nulo. Un valor *NFI* de entre 0.9 y 0.95 es considerado muy bueno (Costa y Sarmiento, 2019). Donde *MP* son las siglas de modelo propuesto y *MN* las siglas de modelo nulo.

$$NFI = 1 - \frac{\chi_{MP}^2}{\chi_{MN}^2} \quad (85)$$

Índice de Tucker-Lewis (*TLI*)

También es conocido como índice de ajuste no normalizado (*NNFI*). Añade una penalización por cantidad de parámetros, tendiendo a aceptar modelos con mayor parsimonia (Costa y Sarmiento, 2019).

$$TLI = \frac{\frac{\chi_{MN}^2}{gl_{MN}} - \frac{\chi_{MP}^2}{gl_{MP}}}{\frac{\chi_{MN}^2}{gl_{MN}} - 1} \quad (86)$$

Comparative Fit Index (*CFI*)

Analiza el ajuste del modelo, para todos los tamaños de muestra, resuelve los problemas para muestras pequeñas ocasionados por la sensibilidad de la prueba chi-cuadrado al tamaño muestral (Costa y Sarmiento, 2019). Valores cercanos a 1 son considerados buen índice de ajuste.

$$CFI = 1 - \frac{\max(\chi_{MP}^2 - gl_{MP}, 0)}{\max(\chi_{MN}^2 - gl_{MN}, 0)} \quad (87)$$

Donde *gl* son los grados de libertad.

Relative Fit Index (*RFI*)

Al igual que los otros índices de ajuste, mientras más se aproxima a 1 mejor ajuste (Costa y Sarmiento, 2019). Su formulación es la siguiente:

$$RFI = 1 - \frac{\chi_{MP}^2 / gl_{MP}}{\chi_{MN}^2 / gl_{MN}} \quad (88)$$

Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (*RMSEA*)

Este indicador de ajuste es sensible al número de parámetros estimados, pero relativamente insensible al tamaño de la muestra (Costa y Sarmiento, 2019).

$$RMSEA = \sqrt{\max\left(\frac{\chi_{MP}^2 - gl_{MP}}{gl_{MP}(n-1)}, 0\right)} \quad (89)$$

Además, cuenta con una prueba de hipótesis

H_0 : Indica un ajuste del modelo

H_1 : Indica que el modelo no se ajusta a los datos

Goodness-of-fit index (GFI)

Donde tr es la traza de la matriz, s y $\hat{\sigma}$ son vectores de S y $\hat{\Sigma}$. $W \in (0,1)$ es el peso de la matriz definido por el método de la estimación de parámetros (Hancock y Mueller, 2006).

$$GFI = 1 - \frac{tr[(s - \hat{\sigma})'W(s - \hat{\sigma})]}{tr[s'Ws]} \quad (90)$$

Se considera como análogo al coeficiente de determinación en la regresión.

Root mean square residual (RMR)

$$RMR = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=i}^i (s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij})^2}{p(p+1)}} \quad (91)$$

Donde:

s_{ij} : Matriz de covarianzas entre las medidas i y j

$\hat{\sigma}_{ij}$: Matriz de covarianzas estimada

p : Es el número de variables en el modelo

Standardized root mean square residual (SRMR)

Es un índice del promedio de los residuales estandarizados entre la matriz de covarianzas observadas y la hipotetizada.

$$SRMR = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \sum_{j=i}^i \left(\frac{s_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}}{s_i s_j} \right)^2}{\frac{p(p+1)}{2}}} \quad (92)$$

Donde:

s_i : Desviación estándar para la medida i

s_j : Desviación estándar para la medida j

c. Adecuación de los datos para el análisis factorial

Al momento de realizar un análisis factorial debe verificarse si los datos cumplen una serie de requisitos y son adecuados para realizar los cálculos que posteriormente serán ejecutados.

Prueba de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)

Esta es una medida de la adecuación de los datos para el análisis factorial.

$$KMO_j = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} u_{ij}^2} \quad (93)$$

Donde:

r_{ij} : Es la matriz de correlaciones

u_{ij} : Es la matriz de covarianzas parciales

Prueba de esfericidad de Bartlett

Esta prueba compara la matriz de correlaciones observadas con la matriz identidad. Decimos que si una matriz de correlaciones es la identidad las correlaciones entre las variables son cero. La hipótesis nula es que las variables no están relacionadas.

$$\begin{aligned}
d_R &= - \left[n - 1 - \frac{1}{6} (2p + 5) \right] \log |R| \\
&= - \left[n - \frac{(2p + 11)}{6} \right] \sum_{j=1}^p \log \lambda_j
\end{aligned} \tag{94}$$

Donde:

d_R : Es la matriz de correlaciones entre las variables

λ_j : Son los autovalores de la matriz d_R .

El estadístico calculado tiene una distribución Chi-cuadrado con $\frac{p^2-p}{2}$ grados de libertad. Si se acepta la hipótesis nula no debería aplicarse un análisis factorial.

3.2.12. Modelos de ecuaciones estructurales

Como desarrollo del análisis factorial, los modelos de ecuaciones estructurales o SEM por las siglas en inglés de *structural equation models*, son una técnica que además de establecer las relaciones de los ítems directamente observables, establece las relaciones entre los factores o variables latentes.

Considérese los siguientes vectores aleatorios:

$$\begin{aligned}
\eta' &= [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m] \\
\xi' &= [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]
\end{aligned} \tag{95}$$

Estos provienen de variables latentes dependientes e independientes.

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta \tag{96}$$

Donde $B_{(m \times m)}$ y $\Gamma_{(m \times n)}$ son matrices de coeficientes y $\zeta' = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m]$ es un vector aleatorio de errores residuales.

B representa el efecto causal directo sobre las η variables y Γ representa el efecto causal directo sobre las ξ variables. Se asume que $\text{cov}[\zeta, \xi] = 0$ y que $I - B$ es no singular.

Los vectores η y ξ no son observables y están definidos por vectores directamente observables $X' = [x_1, x_2, \dots, x_q]$ y $Y' = [y_1, y_2, \dots, y_p]$. Estos vectores directamente observables se definen como:

$$\begin{aligned} X &= \Lambda_x \xi + \delta \\ Y &= \Lambda_y \eta + \varepsilon \end{aligned} \tag{97}$$

Donde ε y δ son vectores de error de medida. $\Lambda_{x <p \times m>}$ y $\Lambda_{y <q \times n>}$ son las matrices de regresión de X en ξ y Y en η .

Nótese que los vectores aleatorio listados en (97) son los factores del modelo de análisis factorial. Es decir, el modelo de ecuaciones estructurales incluye las variables latentes de los modelos de análisis factorial y, además, especifica las relaciones entre estas variables.

Los modelos de ecuaciones estructurales pueden verse como una extensión del análisis factorial confirmatorio, en la medida en que se identifica un modelo para luego estimar los parámetros mediante un método adecuado como el de máxima verosimilitud o mínimos cuadrados, para luego calcular una serie de indicadores de ajuste del modelo que permitirán estimar que tan adecuado resulta el modelo para los datos proporcionados. La base de la mayoría de los índices de ajuste usados en SEM es la discrepancia que hay entre la matriz de covarianzas de los datos observados S y la matriz de covarianzas que está implícita en el modelo $\hat{\Sigma}$. Cuando la discrepancia entre ambas matrices es cero $S - \hat{\Sigma} = 0$ implica que existe un ajuste perfecto del modelo (Hancock y Mueller, 2006). Estos estimadores han sido vistos en el apartado de análisis factorial confirmatorio en 3.2.11.b. donde se presentan los indicadores de ajuste más utilizados.

Finalmente, hay que señalar un desarrollo de los modelos de ecuaciones estructurales que incluye derivadas en su formulación y por lo tanto brinda una representación del fenómeno estudiado en el tiempo. Estos modelos son denominados modelos de ecuaciones diferenciales con variables latentes. Puede verse una exposición detallada de estos en Boker y Wenger (2012).

3.3. Marco Conceptual

Algoritmo

Un algoritmo es una estructura de control compuesta, finita, abstracta y efectiva, imperativamente dada, que cumple un propósito dado bajo determinadas disposiciones (Hill, 2016).

Medición

Medir implica tres pasos fundamentales 1) Una caracterización de la cantidad o categoría; 2) Un sistema métrico que representa adecuadamente la cantidad o categoría; 3) Reglas para aplicar el sistema métrico para producir los resultados de la medición (Cartwright y Bradburn, 2011).

Modelo matemático

Un modelo matemático consiste en un sistema de ecuaciones que representan cuantitativamente un proceso o algunos de sus aspectos. Su formulación depende del conocimiento de las leyes que gobiernan el proceso y de la habilidad de expresarlas matemáticamente (Sangiaco, 2009).

Positivismos

El positivismo se basa en el método hipotético-deductivo para verificar hipótesis a priori que a menudo se establecen cuantitativamente, donde se pueden derivar relaciones funcionales entre factores causales y explicativos (variables independientes) y resultados (variables dependientes). Sin embargo, la investigación bajo el paradigma positivista no siempre se basa en métodos cuantitativos. Por ejemplo, un estudio experimental que examina los efectos de una intervención a través de análisis cualitativo encaja dentro del paradigma positivista (Park et al., 2020).

Psicometría

La psicometría es el estudio de la medición de características psicológicas como habilidades, aptitudes, logros, rasgos de

personalidad y conocimientos. Los métodos psicométricos abordan los desafíos y problemas que surgen al momento de realizar estas medidas. Históricamente, la psicometría se ha asociado principalmente con las pruebas de inteligencia y las pruebas de rendimiento. Pero en los últimos tiempos, gran parte del trabajo en psicometría se ocupa de la medición de rasgos y habilidades latentes o no observables (Teo, 2013).

Técnicas matemáticas

Las técnicas matemáticas se basan en la representación de los aspectos esenciales de un sistema real utilizando lenguajes matemáticos. Básicamente, un modelo matemático debe contener suficientes detalles para responder a las preguntas de un determinado problema (Fahimnia et al., 2011).

IV. METODOLOGÍA

4.1. Tipo de Investigación

El presente estudio es de tipo cuantitativo, ya que presenta las frecuencias y porcentajes de las técnicas matemáticas que son empleadas en las investigaciones analizadas, los lugares en los que se utilizan y el nivel de uso de las técnicas, así como un análisis de los errores encontrados en la aplicación de las técnicas matemáticas.

Así mismo es de tipo documental, de revisión sistemática. Se empleó la metodología PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic reviews and Meta-Analyse) [Elementos de informes preferidos para revisiones sistemáticas y metaanálisis]. Esta es definida como un conjunto de elementos mínimos, que están basados en evidencia y que sirven para reportar de manera transparente revisiones sistemáticas y meta análisis (Moher et al., 2009). En este tipo de investigación la unidad de análisis son estudios originales publicados. Su importancia radica en que permite sintetizar y sistematizar la información y proporcionar un conocimiento más general sobre el tema de estudio (Ferreira et al., 2011).

4.2. Diseño de Investigación

La investigación sigue un diseño no experimental debido a que las variables no se manipulan, es descriptiva ya que solo se presentan los resultados más no se establecen ni relaciones ni otro tipo de contrastes estadísticos inferenciales. Es transversal ya que se hace una sola medición en el tiempo. Según la recolección de datos es prospectiva ya que los datos son recolectados específicamente para la presente investigación.

4.3. Hipótesis General y Específicas

4.3.1. Hipótesis General

Las técnicas matemáticas en las tesis de psicología son utilizadas principalmente para el procesamiento de los resultados y se encuentran en la base de las conclusiones a las que llegan los investigadores

4.3.2. Hipótesis Específicas

Hipótesis específica 1:

Las principales técnicas estadísticas que se usan en las tesis de psicología son la correlación Rho de Spearman, r de Pearson y Chi-cuadrado.

Hipótesis específica 2:

Los lugares del documento de las tesis en psicología donde principalmente se emplean las técnicas matemáticas son en el Análisis e interpretación de la información, la descripción de la Población y muestra y en las Técnicas e instrumentos.

Hipótesis específica 3:

Los principales errores en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de psicología son que no se tienen en cuenta los supuestos para su aplicación, se aplican pruebas inferenciales a datos provenientes de una población o una muestra no aleatoria, se hacen comparaciones entre grupos sin emplear un algoritmo adecuado y las pruebas de significancia son incongruentes.

Hipótesis específica 4:

El nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de psicología es el Nivel 3.

4.4. Variables

4.4.1. Identificación de la Variable

a. Técnicas matemáticas

Las técnicas matemáticas son todas aquellas formulaciones hechas empleando notación formal y que representan la relación entre una serie de entidades matemáticas. En las ciencias son empleadas para representar los objetos de estudio de manera formal.

b. Lugar del documento

Son las partes constitutivas de las tesis de psicología (Nina, 2019).

c. Error en la aplicación

Son todos aquellos usos inadecuados o incorrectos de las técnicas matemáticas que suponen una violación de los supuestos bajo los que están construidas, así como interpretaciones erróneas de los resultados a los que se llegan.

d. Nivel de uso

Es el nivel alcanzado en el empleo de técnicas matemáticas para resolver el problema planteado en la investigación (Lizarzaburu et al., 2011).

4.5. Operacionalización de Variables

Tabla 2. *Matriz de Operacionalización de las variables de estudio*

Variables	Definición	Dimensiones
Técnicas matemáticas	Son todas aquellas formulaciones hechas empleando notación matemática.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Frecuencias y porcentajes 2. Alfa de Cronbach 3. Tabla de doble entrada 4. Prueba de Chi-cuadrado 5. Función definida a trozos 6. Media 7. r de Pearson 8. Desviación estándar 9. Rho de Spearman 10. Mínimo 11. Máximo 12. t de Student para muestras independientes 13. Análisis factorial 14. Confiabilidad Test-retest 15. Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) 16. U de Mann-Whitney 17. Validez concurrente 18. Análisis factorial exploratorio 19. Kolmogorov-Smirnov 20. Prueba de esfericidad de Bartlett 21. V de Aiken 22. Spearman-Brown 23. ANOVA de un factor 24. Ecuación de la muestra para una población conocida 25. Centiles 26. Método de las dos mitades 27. t de Student para muestras relacionadas 28. Correlación ítem-test 29. Rotación VARIMAX 30. Shapiro-Wilk 31. Análisis factorial confirmatorio 32. Mediana 33. Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación ($RMSEA$) 34. Comparative Fit Index (CFI) 35. Análisis de componentes principales 36. Moda 37. H de Kruskal-Wallis 38. Kuder Richardson 39. Asimetría 40. Curtosis 41. Goodness of fit index (GFI) 42. Kuder-Richardson 20 43. Varianza 44. Coeficiente de determinación R^2 45. Tau b de Kendall 46. Adjusted goodness of fit index ($AGFI$) 47. Especificidad 48. Rotación Oblimín 49. Sensibilidad 50. Validez discriminante 51. Wilcoxon T 52. Chi-cuadrado / grados de libertad (χ^2/gl) 53. Coeficiente de Contingencia 54. Coeficiente de correlación no especificado 55. Rango 56. Regresión lineal múltiple 57. Rotación Promax 58. Validez de criterio

-
59. Análisis de grupos contrastados
 60. Área bajo la curva *ROC*
 61. Coeficiente Omega (ω)
 62. *d* de Cohen
 63. Ecuación de la muestra de Arkin y Colton
 64. Prueba de igualdad de varianzas de Levene
 65. Regresión lineal simple
 66. Root mean square residual (*RMR*)
 67. *t* de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales diferentes
 68. Tucker-Lewis index (*TLI*)
 69. α ordinal
 70. Cociente Intelectual (C.I.)
 71. Corrección de Bonferroni
 72. D de Somers
 73. Ecuación de la muestra (Versión 1)
 74. Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita
 75. Ecuación del bienestar subjetivo (Haidt, 2006)
 76. Eneatipo
 77. Muestreo probabilístico, estratificado proporcional (Torres, 1998)
 78. Prueba de McNemar
 79. Satorra-Bentler-scaled chi-square statistic (*SB- χ^2*)
 80. Adecuación del tamaño de la muestra (Hoelter, 1983)
 81. Análisis de correspondencia simple
 82. Análisis de correspondencias
 83. Análisis de Covarianza (ANCOVA)
 84. Bentler-Bonnet Non-Normed Fit Index (*BBNFI*)
 85. Cálculo de la productividad total (Chiavenato, 2000)
 86. Chi Cuadrada con residuos tipificados
 87. Coeficiente Angoff-Feldt
 88. Coeficiente *H*
 89. Coeficiente kappa de Cohen
 90. Contrastes de Helmert
 91. Corrección de Yates
 92. Correlación biserial-puntual
 93. Ecuación de la muestra (Versión 2)
 94. Ecuación de la muestra (Versión 3)
 95. Ecuación de la muestra para estimar la media
 96. Escala Stanones
 97. Factorización de Ejes Principales (*FEP*)
 98. Fórmula de Rulon
 99. Incremental Fit Index (*IFI*)
 100. Índice de Rotación
 101. Índice de rotación de personal (*IRP*)
 102. Índice de rotación de personal (*IRP*) (Con recepción y transferencia de subsistemas)
 103. Índice de validez de contenido de Lawshe
 104. Lambda de Wilks
-

105. Método de máxima verosimilitud
106. Método Feldt
107. Modelo de motivación laboral presentado por Víctor Vroom (1962)
108. Motivación de logro y las expectativas x valor (Atkinson, 1957 citado en Schunk, 1997)
109. Muestra por estratos (Hernandez, Fernandez y Baptista, 1999, p. 212)
110. Normalización Promax con Kaiser
111. Normed fit index (*NFI*)
112. Odds ratio
113. Productividad (Gaither y Frazier, 2000)
114. Promedio de la correlación Inter-item
115. Prueba binomial
116. Prueba de Duncan
117. Prueba de Guttman
118. Prueba de Mardia
119. r de Rosenthal
120. Regla de Sturges
121. Regresión logística
122. Rotación de Varimax con normalización de Kaiser
123. Rotación oblicua
124. Standardized root mean squared residual (*SRMR*)
125. t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales iguales
126. Tau c de Kendall
127. Tau de Goodman-Kruskal
128. Tau de Kendall
129. Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula)
130. Test HSD (Honestly-significant-difference) de Tukey
131. Theta de Armor
132. V de Cramer
133. Valor predictivo negativo
134. Valor predictivo positivo

Tabla 3. *Operacionalización del lugar del documento*

Variables	Definición Operacional	Dimensiones
Lugar del documento	Clasificación de Nina (2019) de las partes constitutivas de las tesis en psicología.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introducción 2. Planteamiento del problema 3. Justificación e importancia de la investigación 4. Objetivos de la investigación 5. Hipótesis de la investigación 6. Variables 7. Fundamentación teórica 8. Antecedentes de la investigación 9. Términos básicos 10. Metodología 11. Fundamento epistemológico 12. Método de investigación 13. Diseño de investigación 14. Población y muestra 15. Tipos de muestreo 16. Técnicas e instrumentos 17. Análisis e interpretación de la información 18. Recomendaciones 19. Limitaciones 20. Referencias

Tabla 4. Operacionalización del error en la aplicación

Variables	Definición Operacional	Categorías
Error en la aplicación	Se considerarán como errores aquellas aplicaciones de las técnicas matemáticas que violen los supuestos y cuyas conclusiones no sean coherentes.	<ol style="list-style-type: none"> 1. No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica 2. No indica los resultados de la prueba 3. No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis 4. No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio 5. No se especifica la fórmula empleada 6. Los resultados no se pudieron recrear 7. Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos 8. Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población 9. Se empleó sin verificar la normalidad de los datos 10. Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta 11. Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra no aleatoria 12. Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal. 13. Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra censal, es decir toda la población, no se prueban los supuesto de normalidad de los datos. 14. Al rehacer el cálculo se obtiene un tamaño de muestra que no coincide con el señalado en la investigación 15. La ecuación está mal escrita, solo se señala N más no se señala $N - 1$ 16. Se indica que se empleó una prueba t para muestras relacionadas, sin embargo, se comparan grupos independientes 17. La interpretación de las pruebas de normalidad es

errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal.

18. No se especifica si los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba t para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba t para muestras relacionadas (antes y después)

19. Se asume que el KMO es un indicador de validez, análogo al Alpha de Cronbach en la confiabilidad. En verdad este indicador solo señala si los datos son apropiados para la realización de un análisis factorial.

20. Se emplea la prueba U para un estudio longitudinal (evaluar las diferencias pre-post de un programa), el procedimiento apropiado sería Wilcoxon T que es el equivalente a prueba t para muestras relacionadas.

21. Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste

22. Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultados, ni la técnica matemática utilizada para el contraste.

23. Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez

24. Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el KMO , siendo la descripción insuficiente

25. Se emplea como indicador de validez cuando es indicador de confiabilidad

26. Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba U o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento.

27. Se uso la prueba chi cuadrado para verificar las diferencias antes y después de la aplicación de un

programa. Este es un uso inadecuado de la prueba Chi-cuadrado, ya que esta indica la dependencia o independencia de los datos, no la existencia de diferencias entre estos. Las siguientes técnicas son adecuadas T de Wilcoxon y t de Student para muestras relacionada

28. Se usó para describir la confiabilidad del instrumento, pero no se da más información sobre que técnica en específico es la que se emplea para determinar la confiabilidad, ya que hay varios tipos de métodos de las dos mitades.

29. Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez y confiabilidad

30. Al parecer se aplica la prueba t para muestras independientes, sin embargo, las ecuaciones presentadas no coinciden con lo descrito en la literatura para la prueba t para muestras independientes.

31. Esta ecuación parece no tener sentido ya que n_e se cancela en la ecuación.

32. Hay un error en el resultado, si se tiene una población de 1382 al 6% de error y los demás parámetros de manera estándar el valor sería de 224

33. Interpretación del p -valor incorrecta error de tipo II. Se acepta la hipótesis nula cuando es falsa

34. Interpretación inadecuada, se interpreta la asociación lineal por lineal en vez de la significancia de la prueba Chi

35. La ecuación está mal escrita, el tamaño de la muestra no coincide al recrear el calculo

36. La ecuación no es comprensible, no se especifica como está definido el operador $\&$, además. Solo resulta llamativa porque esta formulada en modo ecuación

37. No se especifica que prueba tau se utilizó, además no se reporta el valor de la prueba, solo su significancia. Se describe bajo una tabla de doble entrada, no corresponde a la prueba tau

38. No se pudieron recrear los resultados de la prueba Chi-cuadrado. La presentación de los resultados se mostró

inconsistente en varios cuadros, no siendo entendible

39. Se confunde Z con e

40. Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con la prueba de Bartlett, siendo la descripción insuficiente

41. Se emplea la prueba H para verificar las diferencias entre el grupo experimental el grupo control, cuando, al tener dos grupos, el experimental y el control, lo recomendable sería emplear la prueba Wilcoxon T

42. Se empleó ANOVA para verificar las diferencias pre test – post test, lo recomendado sería una prueba t para muestras relacionadas. Además, el ANOVA es para grupos independientes, la alternativa de ANOVA para grupos relacionados es el ANOVA para medidas repetidas

43. Se ha verificado que los datos siguen una distribución no normal, sin embargo, se emplea r de Pearson en vez de Rho de Spearman

44. Se indica que el error muestral es de 4% , sin embargo, en la ecuación cuando se reemplaza el parámetro e se pone como 5, sin decimales. Además, no se puede recrear el tamaño de la muestra obtenida

45. Se indica que se empleó la Chi Cuadrada con residuos tipificados, ya que estos están acotados en el intervalo $[0,1]$, se podría asumir que su expresión en porcentajes son lo que el autor colocó en la investigación, sin embargo, se han colocado dos de estos valores por cada correlación, lo cual no hace sentido a la técnica empleada

46. Se menciona que la consistencia interna y confiabilidad como propiedades diferentes, cuando refieren al mismo indicador, el Alpha de Cronbach.

47. Se menciona que se empleó la prueba Kuder Richardson, sin embargo, la ecuación presentada corresponde al Alfa de Cronbach

48. Se señala el procedimiento con el nombre de "Rho de Spearmanbrown"

49. Se usa la prueba T de Wilcoxon para comprar grupos independientes. La prueba correcta sería U de Mann-Whitney

50. Se utiliza como indicador de confiabilidad, cuando en verdad solo identifica los factores de riesgo asociados

51. Se utilizó para comparar más de dos grupos

52. Tau toma valores entre 0 y

1. Se reportan valores que caen fuera de este intervalo, se puede asumir que se han multiplicado por 100 pero no se indica.

53. Utilizada como indicador de validez de constructo, pero su uso es poco claro. Ya que como se sabe, esta prueba se utiliza para decidir si puede o no aceptarse que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control

Tabla 5. *Operacionalización del nivel de uso*

Variables	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores
Nivel de uso	Clasificación de los niveles de uso de las técnicas matemáticas hecha por Lizarzaburu et al. (2011).	1. Nivel 0	No usa la estadística
		2. Nivel 1	Presentación de datos en cuadros, gráficos, porcentaje y otras formas de presentación estadística.
		3. Nivel 2	Presentación de la información a través de medidas estadísticas y uso de técnicas estadísticas descriptivas
		4. Nivel 3	Uso de pruebas de hipótesis estadísticas simples: paramétricas y no paramétricas, otras técnicas sencillas de análisis estadístico.
		5. Nivel 4	Uso de técnicas de análisis inferencial: Comparaciones múltiples, análisis de varianza, diversas técnicas inferenciales
		6. Nivel 5	Uso de estadística avanzada: Análisis multivariado, procesos estocásticos, modelos estadísticos lineales, diseño y análisis de experimentos, análisis factorial, otros temas de estadística avanzada.

4.6. Población – Muestra

Se define a la población como todas aquellas tesis de pregrado, de la carrera de psicología, publicadas en el periodo 2015-2019, en la ciudad de Arequipa, que cumplen con los criterios de inclusión y exclusión señalados en el presente apartado.

Para esto, la estrategia de búsqueda para las tesis incluidas en la presente investigación fue la siguiente. Primero se identificaron los repositorios de las universidades con la carrera de psicología en la ciudad de Arequipa. A continuación, se deja el enlace de los repositorios.

- Universidad Nacional de San Agustín
<http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/761>
- Universidad Católica de Santa María
<http://tesis.ucsm.edu.pe/repositorio/handle/UCSM/2761>
- Universidad Católica San Pablo
<http://repositorio.ucsp.edu.pe/handle/20.500.12590/15501>

Se siguieron los siguientes criterios de inclusión y exclusión para seleccionar las investigaciones:

Criterios de exclusión

- Tesis de metodología cualitativa
- Tesis de metodología mixta
- Revisiones sistemáticas
- Que no se pueda acceder al documento completo

Criterios de inclusión

- Tesis de metodología cuantitativa
- Tesis descriptivas
- Tesis Correlacionales
- Validación de instrumentos
- Programas de intervención

- Investigaciones experimentales
- Sustentada en el periodo 2015-2019 (Según repositorio)

Luego se procedió a descargar y clasificar cada una de las investigaciones que se encontraron dentro del periodo 2015-2019. En total $N = 477$ investigaciones fueron identificadas y $n = 412$ fueron seleccionadas tras filtrarlas según los criterios de inclusión y exclusión.

Por lo tanto, la muestra seleccionada tiene tamaño $n = 412$ tesis. En la Figura 1 puede verse el procedimiento para la selección de los estudios.

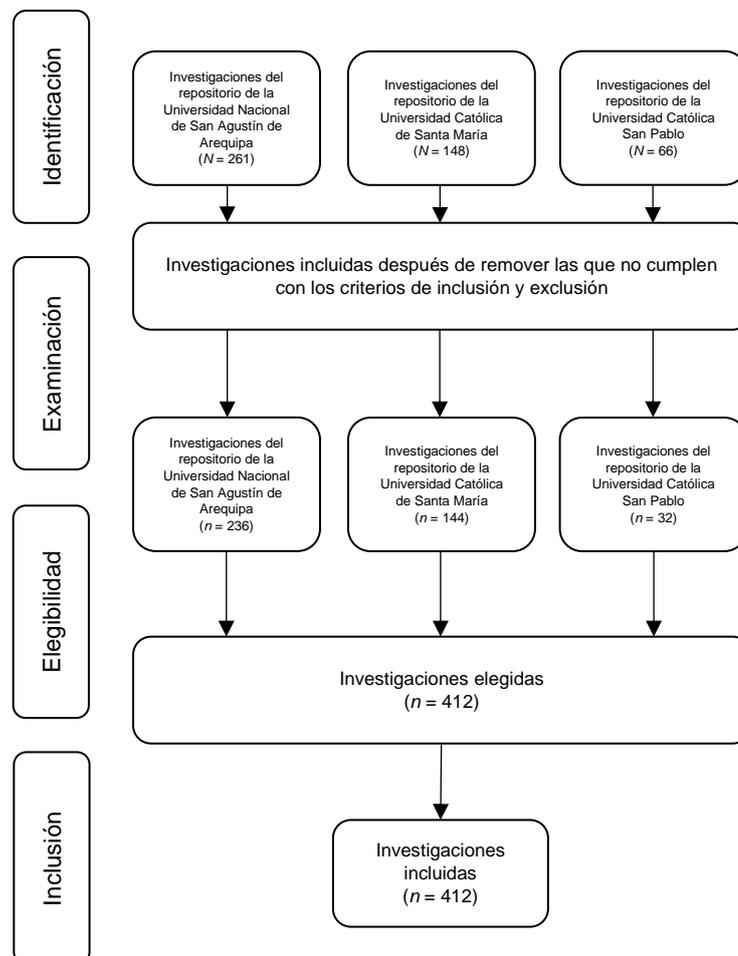


Figura 1. Diagrama de flujo de la metodología PRISMA para la selección de las investigaciones

4.7. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

4.7.1. Técnicas

La técnica empleada fue la ficha de datos. Estas son instrumentos de investigación documental, permiten recabar la información de los documentos revisados y almacenarla de manera coherente con los objetivos de la investigación.

4.7.2. Instrumentos

Para la recolección de la información se hizo uso de dos fichas de datos, las cuales, para facilitar su aplicación fueron elaboradas en un formato digital, haciendo uso de Laravel Framework 8.19.0. Esta herramienta sirve para desarrollar sistemas web de manera rápida, lo cual permitió desarrollar las fichas de datos y su respectiva base de datos. El instrumento consiste en dos fichas de datos.

1. Ficha - Agregar una investigación (Anexo 2 – Ficha 1)

Cuenta con los siguientes campos:

- Título
- Año
- ¿Cumple con los criterios de inclusión y exclusión?
- Universidad
- Archivo (PDF)
- Metodología
- Población
- Variables
- Instrumentos

2. Ficha - Analizar investigación (Anexo 2 – Ficha 2)

Cuenta con los siguientes campos:

- Técnica matemática
- Lugar de uso
- Errores
- Nivel de uso

4.8. Técnicas de Análisis e Interpretación de Datos

4.8.1. Técnicas de Análisis de datos

Se empleó estadística descriptiva para presentar los resultados a los que se ha llegado durante la investigación. Los datos fueron almacenados en el gestor de base de datos MySQL. El análisis de los datos se realizó empleando el lenguaje de programación Python 3.7. y el IDE Spyder, SPSS y Microsoft Excel.

4.8.2. Técnicas de Interpretación de datos

Para interpretar los resultados se utilizaron técnicas descriptivas. Realizando tablas de frecuencias y porcentajes en función del objetivo a responder

V. RESULTADOS

5.1. Presentación de resultados

Tabla 6. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (1 - 3)*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Frecuencias y porcentajes	364	13.1
Alfa de Cronbach	293	10.6
Tabla de doble entrada	218	7.9
Prueba de Chi-cuadrado	190	6.9
Función definida a trozos	165	6.0
Media	138	5.0
<i>r</i> de Pearson	132	4.8
Desviación estándar	120	4.3
Rho de Spearman	69	2.5
Mínimo	63	2.3
Máximo	61	2.2
<i>t</i> de Student para muestras independientes	51	1.8
Análisis factorial	46	1.7
Confiabilidad Test-retest	46	1.7
Kaiser-Meyer-Olkin (<i>KMO</i>)	39	1.4
<i>U</i> de Mann-Whitney	37	1.3
Validez concurrente	37	1.3
Análisis factorial exploratorio	35	1.3
Kolmogorov-Smirnov	33	1.2
Prueba de esfericidad de Bartlett	32	1.2
<i>V</i> de Aiken	32	1.2
Spearman-Brown	31	1.1
ANOVA de un factor	28	1.0
Ecuación de la muestra para una población conocida	28	1.0
Centiles	27	1.0
Método de las dos mitades	27	1.0
<i>t</i> de Student para muestras relacionadas	24	.9
Correlación ítem-test	22	.8
Rotación VARIMAX	22	.8
Shapiro-Wilk	22	.8
Análisis factorial confirmatorio	17	.6
Mediana	17	.6
Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>)	16	.6
Comparative Fit Index (<i>CFI</i>)	14	.5
Análisis de componentes principales	12	.4
Moda	12	.4
<i>H</i> de Kruskal-Wallis	11	.4
Kuder Richardson	11	.4
Asimetría	10	.4
Curtosis	10	.4
Goodness of fit index (<i>GFI</i>)	10	.4
Kuder-Richardson 20	9	.3
Varianza	8	.3
Coefficiente de determinación R^2	7	.3
Tau <i>b</i> de Kendall	7	.3
Adjusted goodness of fit index (<i>AGFI</i>)	5	.2
Especificidad	5	.2
Rotación Oblimín	5	.2
Sensibilidad	5	.2
Validez discriminante	5	.2
Wilcoxon <i>T</i>	5	.2
Chi-cuadrado / grados de libertad (χ^2 / gl)	4	.1
Coefficiente de Contingencia	4	.1
Coefficiente de correlación no especificado	4	.1
Rango	4	.1
Regresión lineal múltiple	4	.1

Tabla 7. Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (2 - 3)

Técnica matemática	f	%
Rotación Promax	4	.1
Validez de criterio	4	.1
Análisis de grupos contrastados	3	.1
Área bajo la curva <i>ROC</i>	3	.1
Coefficiente Omega (ω)	3	.1
<i>d</i> de Cohen	3	.1
Ecuación de la muestra de Arkin y Colton	3	.1
Prueba de igualdad de varianzas de Levene	3	.1
Regresión lineal simple	3	.1
Root mean square residual (<i>RMR</i>)	3	.1
<i>t</i> de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales diferentes	3	.1
Tucker-Lewis index (<i>TLI</i>)	3	.1
α ordinal	3	.1
Cociente Intelectual (C.I.)	2	.1
Corrección de Bonferroni	2	.1
D de Somers	2	.1
Ecuación de la muestra (Versión 1)	2	.1
Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita	2	.1
Ecuación del bienestar subjetivo (Haidt, 2006)	2	.1
Eneatipo	2	.1
Muestreo probabilístico, estratificado proporcional (Torres, 1998)	2	.1
Prueba de McNemar	2	.1
Satorra-Bentler-scaled chi-square statistic (<i>SB-χ^2</i>)	2	.1
Adecuación del tamaño de la muestra (Hoelter, 1983)	1	.0
Análisis de correspondencia simple	1	.0
Análisis de correspondencias	1	.0
Análisis de Covarianza (ANCOVA)	1	.0
Bentler-Bonnet Non-Normed Fit Index (<i>BBNFI</i>)	1	.0
Cálculo de la productividad total (Chiavenato, 2000)	1	.0
Chi Cuadrada con residuos tipificados	1	.0
Coefficiente Angoff-Feldt	1	.0
Coefficiente <i>H</i>	1	.0
Coefficiente kappa de Cohen	1	.0
Contrastes de Helmert	1	.0
Corrección de Yates	1	.0
Correlación biserial-puntual	1	.0
Ecuación de la muestra (Versión 2)	1	.0
Ecuación de la muestra (Versión 3)	1	.0
Ecuación de la muestra para estimar la media	1	.0
Escala Stanones	1	.0
Factorización de Ejes Principales (<i>FEP</i>)	1	.0
Fórmula de Rulon	1	.0
Incremental Fit Index (<i>IFI</i>)	1	.0
Índice de Rotación	1	.0
Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>)	1	.0
Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>) (Con recepción y transferencia de subsistemas)	1	.0
índice de validez de contenido de Lawshe	1	.0
Lambda de Wilks	1	.0
Método de máxima verosimilitud	1	.0
Método Feldt	1	.0
Modelo de motivación laboral presentado por Víctor Vroom (1962)	1	.0
Motivación de logro y las expectativas x valor (Atkinson, 1957 citado en Schunk, 1997)	1	.0
Muestra por estratos (Hernandez, Fernandez y Baptista, 1999, p. 212)	1	.0
Normalización Promax con Kaiser	1	.0
Normed fit index (<i>NFI</i>)	1	.0
Odds ratio	1	.0
Productividad (Gaither y Frazier, 2000)	1	.0
Promedio de la correlación Inter-item	1	.0
Prueba binomial	1	.0

Tabla 8. Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas (3 - 3)

Técnica matemática	f	%
Prueba de Duncan	1	.0
Prueba de Guttman	1	.0
Prueba de Mardia	1	.0
r de Rosenthal	1	.0
Regla de Sturges	1	.0
Regresión logística	1	.0
Rotación de Varimax con normalización de Kaiser	1	.0
Rotación oblicua	1	.0
Standardized root mean squared residual (SRMR)	1	.0
t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales iguales	1	.0
Tau c de Kendall	1	.0
Tau de Goodman-Kruskal	1	.0
Tau de Kendall	1	.0
Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula)	1	.0
Test HSD (Honestly-significant-difference) de Tukey	1	.0
Theta de Armor	1	.0
V de Cramer	1	.0
Valor predictivo negativo	1	.0
Valor predictivo positivo	1	.0
Total (n = 134)	2769	100.0

En total, 134 técnicas matemáticas únicas fueron empleadas 2769 veces. De ellas, las 20 más empleadas fueron Frecuencias y porcentajes (13.1%), Alfa de Cronbach (10.6%), Tabla de doble entrada (7.9%), Prueba de Chi-cuadrado (6.9%), Función definida a trozos (6.0%), Media (5.0%), r de Pearson (4.8%), Desviación estándar (4.3%), Rho de Spearman (2.5%), Mínimo (2.3%), Máximo (2.2%), t de Student para muestras independientes (1.8%), Análisis factorial (1.7%), Confiabilidad Test-retest (1.7%), Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) (1.4%), U de Mann-Whitney (1.3%), Validez concurrente (1.3%), Análisis factorial exploratorio (1.3%), Kolmogorov-Smirnov (1.2%), Prueba de esfericidad de Bartlett (1.2%).

Tabla 9. Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar
Análisis e interpretación de la información (1 - 2)

Técnica matemática	f	%
Frecuencias y porcentajes	324	20.1
Tabla de doble entrada	217	13.5
Prueba de Chi-cuadrado	189	11.7
Media	127	7.9
r de Pearson	126	7.8
Desviación estándar	111	6.9
Rho de Spearman	67	4.2
Mínimo	55	3.4
Máximo	53	3.3
t de Student para muestras independientes	50	3.1
U de Mann-Whitney	36	2.2
ANOVA de un factor	26	1.6
Kolmogorov-Smirnov	25	1.5
t de Student para muestras relacionadas	24	1.5
Shapiro-Wilk	20	1.2
Mediana	13	.8
H de Kruskal-Wallis	11	.7
Moda	9	.6
Asimetría	7	.4
Coefficiente de determinación R ²	7	.4
Curtosis	7	.4
Tau b de Kendall	7	.4
Alfa de Cronbach	6	.4
Varianza	6	.4
Centiles	5	.3
Wilcoxon T	5	.3
Coefficiente de Contingencia	4	.2
Coefficiente de correlación no especificado	4	.2
Regresión lineal múltiple	4	.2
V de Aiken	4	.2
Comparative Fit Index (CFI)	3	.2
d de Cohen	3	.2
Goodness of fit index (GFI)	3	.2
Prueba de igualdad de varianzas de Levene	3	.2
Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (RMSEA)	3	.2
Regresión lineal simple	3	.2
t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales diferent	3	.2
Adjusted goodness of fit index (AGFI)	2	.1
Chi-cuadrado / grados de libertad (χ^2/gl)	2	.1
Corrección de Bonferroni	2	.1
D de Somers	2	.1
Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)	2	.1
Prueba de esfericidad de Bartlett	2	.1
Rango	2	.1
Root mean square residual (RMR)	2	.1
Adecuación del tamaño de la muestra (Hoelter, 1983)	1	.1
Análisis de correspondencias	1	.1
Análisis de Covarianza (ANCOVA)	1	.1
Análisis factorial confirmatorio	1	.1
Área bajo la curva ROC	1	.1
Chi Cuadrada con residuos tipificados	1	.1
Contrastes de Helmert	1	.1
Corrección de Yates	1	.1
Correlación ítem-test	1	.1
Escala Stanones	1	.1
Especificidad	1	.1
Factorización de Ejes Principales (FEP)	1	.1
Función definida a trozos	1	.1
Prueba de Duncan	1	.1
Prueba de McNemar	1	.1

Tabla 10. Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Análisis e interpretación de la información (2 - 2)

Técnica matemática	f	%
r de Rosenthal	1	.1
Regresión logística	1	.1
Rotación Promax	1	.1
Sensibilidad	1	.1
t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales iguales	1	.1
Tau c de Kendall	1	.1
Tau de Goodman-Kruskal	1	.1
Tau de Kendall	1	.1
Test HSD (Honestly-significant-difference) de Tukey	1	.1
Tucker-Lewis index (TLI)	1	.1
V de Cramer	1	.1
α ordinal	1	.1
Total (n = 72)	1613	100.0

En el lugar Análisis e interpretación de la información se emplearon de 72 técnicas matemáticas un total 1613 veces. Las 20 técnicas más empleadas fueron Frecuencias y porcentajes (20.1%), Tabla de doble entrada (13.5%), Prueba de Chi-cuadrado (11.7%), Media (7.9%), r de Pearson (7.8%), Desviación estándar (6.9%), Rho de Spearman (4.2%), Mínimo (3.4%), Máximo (3.3%), t de Student para muestras independientes (3.1%), U de Mann-Whitney (2.2%), ANOVA de un factor (1.6%), Kolmogorov-Smirnov (1.5%), t de Student para muestras relacionadas (1.5%), Shapiro-Wilk (1.2%), Mediana (.8%), H de Kruskal-Wallis (.7%), Moda (.6%), Asimetría (.4%), Coeficiente de determinación R^2 (.4%).

Tabla 11. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Técnicas e instrumentos (1 - 2)*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Alfa de Cronbach	285	30.0
Función definida a trozos	130	13.7
Análisis factorial	46	4.8
Confiabilidad Test-retest	46	4.8
Validez concurrente	37	3.9
Kaiser-Meyer-Olkin (<i>KMO</i>)	33	3.5
Análisis factorial exploratorio	32	3.4
Spearman-Brown	31	3.3
Método de las dos mitades	26	2.7
Prueba de esfericidad de Bartlett	26	2.7
<i>V</i> de Aiken	26	2.7
Rotación VARIMAX	21	2.2
Correlación ítem-test	19	2.0
Análisis factorial confirmatorio	15	1.6
Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>)	12	1.3
Centiles	11	1.2
Análisis de componentes principales	10	1.1
Comparative Fit Index (<i>CFI</i>)	10	1.1
Kuder Richardson	10	1.1
Kuder-Richardson 20	9	.9
<i>r</i> de Pearson	9	.9
Goodness of fit index (<i>GFI</i>)	6	.6
Rotación Oblimin	5	.5
Validez discriminante	5	.5
Especificidad	4	.4
Media	4	.4
Sensibilidad	4	.4
Validez de criterio	4	.4
Adjusted goodness of fit index (<i>AGFI</i>)	3	.3
Análisis de grupos contrastados	3	.3
Coefficiente Omega (ω)	3	.3
Desviación estándar	3	.3
Área bajo la curva <i>ROC</i>	2	.2
Asimetría	2	.2
Curtosis	2	.2
Frecuencias y porcentajes	2	.2
Kolmogorov-Smirnov	2	.2
Mediana	2	.2
Moda	2	.2
Rango	2	.2
Rotación Promax	2	.2
Satorra-Bentler-scaled chi-square statistic ($SB-\chi^2$)	2	.2
Tabla de doble entrada	2	.2
Tucker-Lewis index (<i>TLI</i>)	2	.2
<i>U</i> de Mann-Whitney	2	.2
Varianza	2	.2
α ordinal	2	.2
ANOVA de un factor	1	.1
Bentler-Bonnet Non-Normed Fit Index (<i>BBNFI</i>)	1	.1
Cálculo de la productividad total (Chiavenato, 2000)	1	.1
Chi-cuadrado / grados de libertad (χ^2/gl)	1	.1
Coefficiente Angoff-Feldt	1	.1
Coefficiente <i>H</i>	1	.1
Coefficiente kappa de Cohen	1	.1
Correlación biserial-puntual	1	.1
Eneatipo	1	.1
Fórmula de Rulon	1	.1
Incremental Fit Index (<i>IFI</i>)	1	.1
índice de validez de contenido de Lawshe	1	.1
Lambda de Wilks	1	.1
Máximo	1	.1
Método Feldt	1	.1

Tabla 12. Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Técnicas e instrumentos (2 - 2)

Técnica matemática	f	%
Mínimo	1	.1
Normed fit index (NFI)	1	.1
Odds ratio	1	.1
Promedio de la correlación Inter-item	1	.1
Prueba binomial	1	.1
Prueba de Chi-cuadrado	1	.1
Prueba de Guttman	1	.1
Prueba de Mardia	1	.1
Prueba de McNemar	1	.1
Rho de Spearman	1	.1
Root mean square residual (RMR)	1	.1
Rotación de Varimax con normalización de Kaiser	1	.1
Rotación oblicua	1	.1
Standardized root mean squared residual (SRMR)	1	.1
Theta de Armor	1	.1
Valor predictivo negativo	1	.1
Valor predictivo positivo	1	.1
Total (n = 79)	950	100.0

En el lugar Técnicas e instrumentos se emplearon 79 técnicas matemáticas, 950 veces. Las 20 técnicas más utilizadas fueron: Alfa de Cronbach (30.0%), Función definida a trozos (13.7%), Análisis factorial (4.8%), Confiabilidad Test-retest (4.8%), Validez concurrente (3.9%), Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) (3.5%), Análisis factorial exploratorio (3.4%), Spearman-Brown (3.3%), Método de las dos mitades (2.7%), Prueba de esfericidad de Bartlett (2.7%), V de Aiken (2.7%), Rotación VARIMAX (2.2%), Correlación ítem-test (2.0%), Análisis factorial confirmatorio (1.6%), Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (RMSEA) (1.3%), Centiles (1.2%), Análisis de componentes principales (1.1%), Comparative Fit Index (CFI) (1.1%), Kuder Richardson (1.1%), Kuder-Richardson 20 (.9%).

Tabla 13. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Población y muestra*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Frecuencias y porcentajes	160	65.6
Ecuación de la muestra para una población conocida	28	11.5
Media	15	6.1
Desviación estándar	13	5.3
Máximo	7	2.9
Mínimo	7	2.9
Ecuación de la muestra de Arkin y Colton	3	1.2
Ecuación de la muestra (Versión 1)	2	.8
Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita	2	.8
Muestreo probabilístico, estratificado proporcional (Torres, 1998)	2	.8
Ecuación de la muestra (Versión 2)	1	.4
Ecuación de la muestra (Versión 3)	1	.4
Ecuación de la muestra para estimar la media	1	.4
Muestra por estratos (Hernandez, Fernandez y Baptista, 1999, p. 212)	1	.4
<i>U</i> de Mann-Whitney	1	.4
Total (<i>n</i> = 15)	244	100.0

En el lugar Población y muestra, un total de 15 técnicas matemáticas fueron empleadas 244 veces. Estas fueron: Frecuencias y porcentajes (65.6%), Ecuación de la muestra para una población conocida (11.5%), Media (6.1%), Desviación estándar (5.3%), Máximo (2.9%), Mínimo (2.9%), Ecuación de la muestra de Arkin y Colton (1.2%), Ecuación de la muestra (Versión 1) (.8%), Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita (.8%), Muestreo probabilístico, estratificado proporcional (Torres, 1998) (.8%), Ecuación de la muestra (Versión 2) (.4%), Ecuación de la muestra (Versión 3) (.4%), Ecuación de la muestra para estimar la media (.4%), Muestra por estratos (Hernandez, Fernandez y Baptista, 1999, p. 212) (.4%), *U* de Mann-Whitney (.4%).

Tabla 14. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Anexos*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Función definida a trozos	15	13.8
Alfa de Cronbach	12	11.0
Centiles	11	10.1
Kolmogorov-Smirnov	6	5.5
Frecuencias y porcentajes	5	4.6
Kaiser-Meyer-Olkin (<i>KMO</i>)	5	4.6
Media	5	4.6
Prueba de esfericidad de Bartlett	5	4.6
Análisis factorial exploratorio	3	2.8
Desviación estándar	3	2.8
Máximo	3	2.8
<i>r</i> de Pearson	3	2.8
Análisis de componentes principales	2	1.8
Correlación ítem-test	2	1.8
Mínimo	2	1.8
Shapiro-Wilk	2	1.8
<i>t</i> de Student para muestras independientes	2	1.8
Tabla de doble entrada	2	1.8
<i>V</i> de Aiken	2	1.8
Análisis de correspondencia simple	1	.9
Análisis factorial confirmatorio	1	.9
ANOVA de un factor	1	.9
Asimetría	1	.9
Chi-cuadrado / grados de libertad (χ^2/gl)	1	.9
Comparative Fit Index (<i>CFI</i>)	1	.9
Curtosis	1	.9
Eneatipo	1	.9
Goodness of fit index (<i>GFI</i>)	1	.9
Kuder Richardson	1	.9
Mediana	1	.9
Método de las dos mitades	1	.9
Método de máxima verosimilitud	1	.9
Moda	1	.9
Normalización Promax con Kaiser	1	.9
Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>)	1	.9
Rotación Promax	1	.9
Rotación VARIMAX	1	.9
<i>t</i> de Student para muestras relacionadas	1	.9
Total (<i>n</i> = 38)	109	100.0

En los Anexos un total de 38 técnicas matemáticas fueron utilizadas 109 veces. Las 20 técnicas más usadas fueron: Función definida a trozos (13.8%), Alfa de Cronbach (11.0%), Centiles (10.1%), Kolmogorov-Smirnov (5.5%), Frecuencias y porcentajes (4.6%), Kaiser-Meyer-Olkin (*KMO*) (4.6%), Media (4.6%), Prueba de esfericidad de Bartlett (4.6%), Análisis factorial exploratorio (2.8%), Desviación estándar (2.8%), Máximo (2.8%), *r* de Pearson (2.8%), Análisis de componentes principales (1.8%), Correlación ítem-test (1.8%), Mínimo (1.8%), Shapiro-Wilk (1.8%), *t* de Student para muestras independientes (1.8%), Tabla de doble entrada (1.8%), *V* de Aiken (1.8%), Análisis de correspondencia simple (.9%).

Tabla 15. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Variables*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Función definida a trozos	39	90.7
Frecuencias y porcentajes	3	7.0
Índice de Rotación	1	2.3
Total (<i>n</i> = 3)	43	100.0

En el lugar de las Variables, se emplearon un total de 3 técnicas matemáticas 43 veces. Estas fueron: Función definida a trozos (90.7%), Frecuencias y porcentajes (7.0%), Índice de Rotación (2.3%).

Tabla 16. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Fundamentación teórica*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
Función definida a trozos	5	29.4
Cociente Intelectual (C.I.)	2	11.8
Ecuación del bienestar subjetivo (Haidt, 2006)	2	11.8
Alfa de Cronbach	1	5.9
Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>)	1	5.9
Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>) (Con recepción y transferencia de subsistemas)	1	5.9
Mediana	1	5.9
Modelo de motivación laboral presentado por Víctor Vroom (1962)	1	5.9
Motivación de logro y las expectativas x valor (Atkinson, 1957 citado en Schunk, 1997)	1	5.9
Productividad (Gaither y Frazier, 2000)	1	5.9
Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula)	1	5.9
Total (<i>n</i> = 11)	17	100.0

En el lugar de la Fundamentación teórica se emplearon 11 técnicas matemáticas un total de 17 veces. Estas fueron: Función definida a trozos (29.4%), Cociente Intelectual (C.I.) (11.8%), Ecuación del bienestar subjetivo (Haidt, 2006) (11.8%), Alfa de Cronbach (5.9%), Índice de rotación de personal (*IRP*) (5.9%), Índice de rotación de personal (*IRP*) (Con recepción y transferencia de subsistemas) (5.9%), Mediana (5.9%), Modelo de motivación laboral presentado por Víctor Vroom (1962) (5.9%), Motivación de logro y las expectativas x valor (Atkinson, 1957 citado en Schunk, 1997) (5.9%), Productividad (Gaither y Frazier, 2000) (5.9%), Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula) (5.9%).

Tabla 17. *Frecuencias y porcentajes de las Técnicas matemáticas en el lugar Diseño de investigación*

Técnica matemática	<i>f</i>	%
<i>r</i> de Pearson	1	33.3
Regla de Sturges	1	33.3
Rho de Spearman	1	33.3
Total (<i>n</i> = 3)	3	100.0

En el lugar Diseño de investigación se emplearon 3 técnicas matemáticas 3 veces. Estas fueron *r* de Pearson (33.3%), Regla de Sturges (33.3%) y Rho de Spearman (33.3%).

Tabla 18. Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 1)

Error	f	%
No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	166	37.2
No indica los resultados de la prueba	78	17.5
No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis	27	6.1
No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio	16	3.6
No se especifica la fórmula empleada	14	3.1
Los resultados no se pudieron recrear	12	2.7
Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos	12	2.7
Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población	11	2.5
Se empleó sin verificar la normalidad de los datos	10	2.2
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	9	2.0
Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra no aleatoria	8	1.8
Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal	8	1.8
Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra censal, es decir toda la población, no se prueban los supuesto de normalidad de los datos	6	1.3
Al rehacer el cálculo se obtiene un tamaño de muestra que no coincide con el señalado en la investigación	4	.9
La ecuación está mal escrita, solo se señala N más no se señala $N - 1$	4	.9
Se indica que se empleó una prueba t para muestras relacionadas, sin embargo, se comparan grupos independientes	4	.9
La interpretación de las pruebas de normalidad es errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal	3	.7
No se especifica se los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba t para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba t para muestras relacionadas (antes y después)	3	.7
Se asume que el KMO es un indicador de validez, análogo al Alpha de Cronbach en la confiabilidad. En verdad este indicador solo señala si los datos son apropiados para la realización de un análisis factorial	3	.7
Se emplea la prueba U para un estudio longitudinal (evaluar las diferencias pre-post de un programa), el procedimiento apropiado sería Wilcoxon T que es el equivalente a prueba t para muestras relacionadas	3	.7
Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste	3	.7
Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultado, ni la técnica matemática utilizada para el contraste	3	.7
Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez	3	.7
Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el KMO , siendo la descripción insuficiente	2	.4
Se emplea como indicador de validez cuando es indicador de confiabilidad	2	.4
Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba U o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el calculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento	2	.4

Tabla 19. Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 2)

Error	f	%
Se uso la prueba chi cuadrado para verificar las diferencias antes y después de la aplicación de un programa. Este es un uso inadecuado de la prueba Chi-cuadrado, ya que esta indica la dependencia o independencia de los datos, no la existencia de diferencias entre estos. Las siguientes técnicas son adecuadas <i>T</i> de Wilcoxon y <i>t</i> de Student para muestras relacionada	2	.4
Se usó para describir la confiabilidad del instrumento, pero no se da más información sobre que técnica en específico es la que se emplea para determinar la confiabilidad, ya que hay varios tipos de métodos de las dos mitades	2	.4
Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez y confiabilidad	2	.4
Al parecer se aplica la prueba <i>t</i> para muestras independientes, sin embargo, las ecuaciones presentadas no coinciden con lo descrito en la literatura para la prueba <i>t</i> para muestras independientes	1	.2
Esta ecuación parece no tener sentido ya que n_e se cancela en la ecuación	1	.2
Hay un error en el resultado, si se tiene una población de 1382 al 6% de error y los demás parámetros de manera estándar el valor sería de 224	1	.2
Interpretación del <i>p</i> -valor incorrecta error de tipo II. Se acepta la hipótesis nula cuando es falsa	1	.2
Interpretación inadecuada, se interpreta la asociación lineal por lineal en vez de la significancia de la prueba Chi	1	.2
La ecuación está mal escrita, el tamaño de la muestra no coincide al recrear el calculo	1	.2
La ecuación no es comprensible, no se especifica como está definido el operador &, además. Solo resulta llamativa porque esta formulada en modo ecuación	1	.2
No se especifica que prueba tau se utilizó, además no se reporta el valor de la prueba, solo su significancia. Se describe bajo una tabla de doble entrada, no corresponde a la prueba tau	1	.2
No se pudieron recrear los resultados de la prueba Chi-cuadrado. La presentación de los resultados se mostró inconsistente en varios cuadros, no siendo entendible	1	.2
Se confunde <i>Z</i> con <i>e</i>	1	.2
Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con la prueba de Bartlett, siendo la descripción insuficiente	1	.2
Se emplea la prueba <i>H</i> para verificar las diferencias entre le grupo experimental el grupo control, cuando, al tener dos grupos, el experimental y el control, lo recomendable sería emplear la prueba Wilcoxon <i>T</i>	1	.2
Se empleó ANOVA para verificar las diferencias pre test – post test, lo recomendado sería una prueba <i>t</i> para muestras relacionadas. Además, el ANOVA es para grupos independientes, la alternativa de ANOVA para grupos relacionados es el ANOVA para medidas repetidas	1	.2
Se ha verificado que los datos siguen una distribución no normal, sin embargo, se emplea <i>r</i> de Pearson en vez de Rho de Spearman	1	.2
Se indica que el error muestral es de 4% , sin embargo, en la ecuación cuando se reemplaza el parámetro <i>e</i> se pone como 5, sin decimales. Además, no se puede recrear el tamaño de la muestra obtenida	1	.2
Se indica que se empleó la Chi Cuadrada con residuos tipificados, ya que estos están acotados en el intervalo [0,1], se podría asumir que su expresión en porcentajes son lo que el autor colocó en la investigación, sin embargo, se han colocado dos de estos calores por cada correlación, lo cual no hace sentido a la técnica empleada	1	.2
Se menciona que la consistencia interna y confiabilidad como propiedades diferentes, cuando refieren al mismo indicador, el Alpha de Cronbach	1	.2

Tabla 20. Frecuencias y porcentajes de los Errores cometidos en la aplicación de las Técnicas matemáticas (1 - 3)

Error	f	%
Se menciona que se empleó la prueba Kuder Richardson, sin embargo, la ecuación presentada corresponde al Alfa de Cronbach	1	.2
Se señala el procedimiento con el nombre de "Rho de Spearmanbrown"	1	.2
Se usa la prueba <i>T</i> de Wilcoxon para comprar grupos independientes. La prueba correcta sería <i>U</i> de Mann-Whitney	1	.2
Se utiliza como indicador de confiabilidad, cuando en verdad solo identifica los factores de riesgo asociados	1	.2
Se utilizó para comparar más de dos grupos	1	.2
Tau toma valores entre 0 y 1. Se reportan valores que caen fuera de este intervalo, se puede asumir que se han multiplicado por 100 pero no se indica	1	.2
Utilizada como indicador de validez de constructo, pero su uso es poco claro. Ya que como se sabe, esta prueba se utiliza para decidir si puede o no aceptarse que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control	1	.2
Total (n = 86)	446	100.0

Se encontró 86 errores, los cuales fueron cometidos 446 veces. Los 10 errores que se presentaron con mayor frecuencia son: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (37.2%), No indica los resultados de la prueba (17.5%), No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis (6.1%), No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio (3.6%), No se especifica la fórmula empleada (3.1%), Los resultados no se pudieron recrear (2.7%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos (2.7%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población (2.5%), Se empleó sin verificar la normalidad de los datos (2.2%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (2.0%).

Tabla 21. Errores para la técnica: r de Pearson

Error	f	%
No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	82	66.7
Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos	12	9.8
Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población	11	8.9
Se empleó sin verificar la normalidad de los datos	6	4.9
Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra censal, es decir toda la población, no se prueban los supuestos de normalidad de los datos	6	4.9
Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal	5	4.1
Se ha verificado que los datos siguen una distribución no normal, sin embargo, se emplea r de Pearson en vez de Rho de Spearman	1	.8
Total ($n = 7$)	123	100.0

Se cometieron un total de 7 errores, 123 veces. Los principales errores fueron: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (66.7%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos (9.8%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población (8.9%), Se empleó sin verificar la normalidad de los datos (4.9%), Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra censal, es decir toda la población, no se prueban los supuestos de normalidad de los datos (4.9%), Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal (4.1%), Se ha verificado que los datos siguen una distribución no normal, sin embargo, se emplea r de Pearson en vez de Rho de Spearman (.8%).

Tabla 22. Errores para la técnica: *t* de Student para muestras independientes

Error	<i>f</i>	%
No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	40	85.1
No se especifica si los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba <i>t</i> para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba <i>t</i> para muestras relacionadas (antes y después)	2	4.3
Se empleó sin verificar la normalidad de los datos	2	4.3
Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal	2	4.3
Al parecer se aplica la prueba <i>t</i> para muestras independientes, sin embargo, las ecuaciones presentadas no coinciden con lo descrito en la literatura para la prueba <i>t</i> para muestras independientes	1	2.1
Total (<i>n</i> = 5)	47	100.0

Un total de 5 errores fueron cometidos 47 veces al aplicar la técnica *t* de Student para muestras independientes. Los errores principales fueron que No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (85.1%), No se especifica si los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba *t* para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba *t* para muestras relacionadas (antes y después) (4.3%), Se empleó sin verificar la normalidad de los datos (4.3%), Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal (4.3%), Al parecer se aplica la prueba *t* para muestras independientes, sin embargo, las ecuaciones presentadas no coinciden con lo descrito en la literatura para la prueba *t* para muestras independientes (2.1%). Además, debe señalarse que, para esta técnica, solamente se señaló el resultado de la prueba, pero no se indicó si las varianzas eran iguales o diferentes, lo cual también constituye un error presente todas las veces que este procedimiento fue aplicado.

Tabla 23. Errores para la técnica: Análisis factorial

Error	f	%
No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis	27	58.7
No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio	16	34.8
No indica los resultados de la prueba	1	2.2
Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el <i>KMO</i> , siendo la descripción insuficiente	1	2.2
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	1	2.2
Total (<i>n</i> = 5)	46	100.0

Se encontraron 5 errores cometidos un total de 46 veces al momento de aplicar la técnica: Análisis factorial. Estos son: No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis (58.7%), No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio (34.8%), No indica los resultados de la prueba (2.2%), Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el *KMO*, siendo la descripción insuficiente (2.2%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (2.2%).

Tabla 24. Errores para la técnica: ANOVA de un factor

Error	f	%
No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	22	88.0
Se empleó sin verificar la normalidad de los datos	2	8.0
Se empleó ANOVA para verificar las diferencias pre test – post test, lo recomendado sería una prueba <i>t</i> para muestras relacionadas. Además, el ANOVA es para grupos independientes, la alternativa de ANOVA para grupos relacionados es el ANOVA para medidas repetidas.	1	4.0
Total (<i>n</i> = 3)	25	100.0

Para la técnica ANOVA de un factor 3 errores se cometieron un total de 25 veces. Estos son: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (88.0%), Se empleó sin verificar la normalidad de los datos (8.0%), Se empleó ANOVA para verificar las diferencias pre test – post test, lo recomendado sería una prueba *t* para muestras relacionadas. Además, el ANOVA es para grupos independientes, la alternativa de ANOVA para grupos relacionados es el ANOVA para medidas repetidas (4.0%).

Tabla 25. *Errores para la técnica: Análisis factorial exploratorio*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	14	70.0
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	4	20.0
Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste	1	5.0
Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultados, ni la técnica matemática utilizada para el contraste	1	5.0
Total (n = 4)	20	100.0

Un total de 4 errores fueron cometidos 20 veces al momento de aplicar el Análisis factorial exploratorio. Estos son: No indica los resultados de la prueba (70.0%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (20.0%), Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste (5.0%), Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultados, ni la técnica matemática utilizada para el contraste (5.0%).

Tabla 26. *Errores para la técnica: t de Student para muestras relacionadas*

Error	f	%
No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	15	75.0
Se indica que se empleó una prueba <i>t</i> para muestras relacionadas, sin embargo, se comparan grupos independientes	4	20.0
Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal	1	5.0
Total (n = 3)	20	100.0

Un total de 3 errores fueron cometidos 20 veces al momento de aplicar la técnica *t* de Student para muestras relacionadas. Estos son: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (75.0%), Se indica que se empleó una prueba *t* para muestras relacionadas, sin embargo, se comparan grupos independientes (20.0%), Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal (5.0%).

Tabla 27. Errores para la técnica: Prueba de Chi-cuadrado

Error	f	%
Los resultados no se pudieron recrear	11	73.3
Se uso la prueba chi cuadrado para verificar las diferencias antes y después de la aplicación de un programa. Este es un uso inadecuado de la prueba Chi-cuadrado, ya que esta indica la dependencia o independencia de los datos, no la existencia de diferencias entre estos. Las siguientes técnicas son adecuadas <i>T</i> de Wilcoxon y <i>t</i> de Student para muestras relacionadas	2	13.3
Interpretación inadecuada, se interpreta la asociación lineal por lineal en vez de la significancia de la prueba Chi	1	6.7
No se pudieron recrear los resultados de la prueba Chi-cuadrado. La presentación de los resultados se mostró inconsistente en varios cuadros, no siendo entendible	1	6.7
Total (<i>n</i> = 4)	15	100.0

Se encontró un total de 4 errores, cometidos 15 veces para la Prueba de Chi-cuadrado. Estos son: Los resultados no se pudieron recrear (73.3%), Se uso la prueba chi cuadrado para verificar las diferencias antes y después de la aplicación de un programa. Este es un uso inadecuado de la prueba Chi-cuadrado, ya que esta indica la dependencia o independencia de los datos, no la existencia de diferencias entre estos. Las siguientes técnicas son adecuadas *T* de Wilcoxon y *t* de Student para muestras relacionadas (13.3%), Interpretación inadecuada, se interpreta la asociación lineal por lineal en vez de la significancia de la prueba Chi (6.7%), No se pudieron recrear los resultados de la prueba Chi-cuadrado. La presentación de los resultados se mostró inconsistente en varios cuadros, no siendo entendible (6.7%).

Tabla 28. *Errores para la técnica: Alfa de Cronbach*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	5	41.7
Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez	3	25.0
Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez y confiabilidad	2	16.7
Se menciona a la consistencia interna y confiabilidad como propiedades diferentes, cuando refieren al mismo indicador, el Alpha de Cronbach	1	8.3
Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultado, ni la técnica matemática utilizada para el contraste	1	8.3
Total ($n = 5$)	12	100.0

Un total de 5 errores fueron cometidos 12 veces al momento de aplicar la técnica Alfa de Cronbach. Estos son: No indica los resultados de la prueba (41.7%), Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez (25.0%), Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez y confiabilidad (16.7%), Se menciona a la consistencia interna y confiabilidad como propiedades diferentes, cuando refieren al mismo indicador, el Alpha de Cronbach (8.3%), Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultado, ni la técnica matemática utilizada para el contraste (8.3%).

Tabla 29. *Errores para la técnica: Ecuación de la muestra para una población conocida*

Error	f	%
Al rehacer el cálculo se obtiene un tamaño de muestra que no coincide con el señalado en la investigación	4	36.4
La ecuación está mal escrita, solo se señala N más no se señala $N - 1$	4	36.4
Hay un error en el resultado, si se tiene una población de 1382 al 6% de error y los demás parámetros de manera estándar el valor sería de 224.	1	9.1
La ecuación está mal escrita, el tamaño de la muestra no coincide al recrear el calculo	1	9.1
Se confunde Z con e	1	9.1
Total ($n = 5$)	11	100.0

Para la técnica Ecuación de la muestra para una población conocida se cometieron 5 errores un total de 11 veces. Estos son: Al rehacer el cálculo se obtiene un tamaño de muestra que no coincide con el señalado en la investigación (36.4%), La ecuación está mal escrita, solo se señala N más no se señala $N - 1$ (36.4%), Hay un error en el resultado, si se tiene una población de 1382 al 6% de error y los demás parámetros de manera estándar el valor sería de 224 (9.1%), La ecuación está mal escrita, el tamaño de la muestra no coincide al recrear el cálculo (9.1%), Se confunde Z con e (9.1%).

Tabla 30. *Errores para la técnica: Kuder Richardson*

Error	f	%
No se especifica la fórmula empleada	10	90.9
Se menciona que se empleó la prueba Kuder Richardson, sin embargo, la ecuación presentada corresponde al Alfa de Cronbach.	1	9.1
Total ($n = 2$)	11	100.0

Para la técnica Kuder Richardson se cometieron 2 errores un total de 11 veces. Estos son: No se especifica la fórmula empleada (90.9%), Se menciona que se empleó la prueba Kuder Richardson, sin embargo, la ecuación presentada corresponde al Alfa de Cronbach (9.1%).

Tabla 31. *Errores para la técnica: Rho de Spearman*

Error	f	%
Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra no aleatoria	8	80.0
No indica los resultados de la prueba	1	10.0
Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba U o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento	1	10.0
Total ($n = 3$)	10	100.0

Para la técnica Rho de Spearman se cometieron 3 errores, un total de 10 veces. Estos son: Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra no aleatoria (80.0%), No indica los resultados de la prueba (10.0%), Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba U o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento (10.0%).

Tabla 32. *Errores para la técnica: Spearman-Brown*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	7	87.5
Se señala el procedimiento con el nombre de "Rho de Spearmanbrown"	1	12.5
Total ($n = 2$)	8	100.0

La técnica Spearman-Brown presentó 2 errores, cometidos 8 veces. Estos son: No indica los resultados de la prueba (87.5%), Se señala el procedimiento con el nombre de "Rho de Spearmanbrown" (12.5%).

Tabla 33. Errores para la técnica: Análisis factorial confirmatorio

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	5	71.4
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	1	14.3
Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste	1	14.3
Total (n = 3)	7	100.0

En la técnica Análisis factorial confirmatorio se cometieron 3 errores un total de 7 veces. Estas son: No indica los resultados de la prueba (71.4%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (14.3%), Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste (14.3%).

Tabla 34. Errores para la técnica: Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)

Error	f	%
Se asume que el KMO es un indicador de validez, análogo al Alpha de Cronbach en la confiabilidad. En verdad este indicador solo señala si los datos son apropiados para la realización de un análisis factorial	3	50.0
No indica los resultados de la prueba	1	16.7
Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con la prueba de Bartlett, siendo la descripción insuficiente	1	16.7
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	1	16.7
Total (n = 4)	6	100.0

Para la técnica Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) se cometieron 4 errores un total de 6 veces. Estos son: Se asume que el KMO es un indicador de validez, análogo al Alpha de Cronbach en la confiabilidad. En verdad este indicador solo señala si los datos son apropiados para la realización de un análisis factorial (50.0%), No indica los resultados de la prueba (16.7%), Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con la prueba de Bartlett, siendo la descripción insuficiente (16.7%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (16.7%).

Tabla 35. *Errores para la técnica: Confiabilidad Test-retest*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	4	66.7
Se emplea como indicador de validez cuando es indicador de confiabilidad	2	33.3
Total (n = 2)	6	100.0

Para la técnica Confiabilidad Test-retest se cometieron 3 errores un total de 6 veces. Estos son: No indica los resultados de la prueba (66.7%), Se emplea como indicador de validez cuando es indicador de confiabilidad (33.3%).

Tabla 36. *Errores para la técnica: Rotación VARIMAX*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	6	100.0
Total (n = 1)	6	100.0

Para la técnica Rotación VARIMAX se cometió 1 error 6 veces. Este fue No indica los resultados de la prueba (100.0%).

Tabla 37. *Errores para la técnica: Prueba de esfericidad de Bartlett*

Error	f	%
No indica los resultados de la prueba	2	40.0
Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el <i>KMO</i> , siendo la descripción insuficiente	1	20.0
Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	1	20.0
Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste	1	20.0
Total (n = 4)	5	100.0

Para la Prueba de esfericidad de Bartlett se cometieron 4 errores un total de 5 veces. Estos son: No indica los resultados de la prueba (40.0%), Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el *KMO*, siendo la descripción insuficiente (20.0%), Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (20.0%), Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste (20.0%).

Tabla 38. *Errores para la técnica: U de Mann-Whitney*

Error	<i>f</i>	%
Se emplea la prueba <i>U</i> para un estudio longitudinal (evaluar las diferencias pre-post de un programa), el procedimiento apropiado sería Wilcoxon <i>T</i> que es el equivalente a prueba <i>t</i> para muestras relacionadas	3	60.0
Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba <i>U</i> o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento	1	20.0
Se utilizó para comparar más de dos grupos	1	20.0
Total (<i>n</i> = 3)	5	100.0

Para la prueba *U* de Mann-Whitney se cometieron 3 errores un total de 5 veces. Estos son: Se emplea la prueba *U* para un estudio longitudinal (evaluar las diferencias pre-post de un programa), el procedimiento apropiado sería Wilcoxon *T* que es el equivalente a la prueba *t* para muestras relacionadas (60.0%), Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba *U* o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento (20.0%), Se utilizó para comparar más de dos grupos (20.0%).

Tabla 39. *Errores para la técnica: Método de las dos mitades*

Error	<i>f</i>	%
No indica los resultados de la prueba	3	60.0
Se usó para describir la confiabilidad del instrumento, pero no se da más información sobre que técnica en específico es la que se emplea para determinar la confiabilidad, ya que hay varios tipos de métodos de las dos mitades	2	40.0
Total (<i>n</i> = 2)	5	100.0

Para la técnica Método de las dos mitades se cometieron 2 errores 5 veces. Estos son No indica los resultados de la prueba (60.0%), Se usó para describir la confiabilidad del instrumento, pero no se da más información sobre que técnica en específico es la que se emplea para determinar la confiabilidad, ya que hay varios tipos de métodos de las dos mitades (40.0%).

Tabla 40. Errores para otras técnicas (1 - 1)

Técnica	Error	f	%
Validez concurrente	No indica los resultados de la prueba	3	75.0
	Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta	1	25.0
	Total	4	100.0
Correlación ítem-test	No indica los resultados de la prueba	4	100.0
Análisis de componentes principales	No indica los resultados de la prueba	4	100.0
Rotación Oblimín	No indica los resultados de la prueba	3	100.0
Regresión lineal múltiple	No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	3	100.0
Regresión lineal simple	No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	3	100.0
<i>H</i> de Kruskal-Wallis	Interpretación del <i>p</i> -valor incorrecta error de tipo II. Se acepta la hipótesis nula cuando es falsa	1	50.0
	Se emplea la prueba <i>H</i> para verificar las diferencias entre el grupo experimental el grupo control, cuando, al tener dos grupos, el experimental y el control, lo recomendable sería emplear la prueba Wilcoxon <i>T</i>	1	50.0
	Total	2	100.0
<i>V</i> de Aiken	No indica los resultados de la prueba	2	100.0
Shapiro-Wilk	La interpretación de las pruebas de normalidad es errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal	2	100.0
Validez discriminante	No indica los resultados de la prueba	2	100.0
Coefficiente de correlación no especificado	No se especifica la fórmula empleada	2	100.0
Validez de criterio	No indica los resultados de la prueba	2	100.0
Kuder-Richardson 20	No indica los resultados de la prueba	2	100.0
Análisis de grupos contrastados	Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultado, ni la técnica matemática utilizada para el contraste	1	100.0
Kolmogorov-Smirnov	La interpretación de las pruebas de normalidad es errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal	1	100.0
<i>t</i> de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales iguales	No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica	1	100.0
Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>)	No indica los resultados de la prueba	1	100.0
Prueba de Guttman	No indica los resultados de la prueba.	1	100.0
Odds ratio	Se utiliza como indicador de confiabilidad, cuando en verdad solo identifica los factores de riesgo asociados	1	100.0
Tau de Kendall	No se especifica que prueba tau se utilizó, además no se reporta el valor de la prueba, solo su significancia. Se describe bajo una tabla de doble entrada, no corresponde a la prueba tau	1	100.0
Tau de Goodman-Kruskal	Tau toma valores entre 0 y 1. Se reportan valores que caen fuera de este intervalo, se puede asumir que se han multiplicado por 100 pero no se indica	1	100.0
Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula)	La ecuación no es comprensible, no se especifica como está definido el operador &, además. Solo resulta llamativa porque esta formulada en modo ecuación	1	100.0
Coefficiente de Contingencia	Los resultados no se pudieron recrear	1	100.0

Tabla 41. Errores para otras técnicas (1 - 2)

Técnica	Error	f	%
Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita	Se indica que el error muestral es de 4% , sin embargo, en la ecuación cuando se reemplaza el parámetro e se pone como 5, sin decimales. Además, no se puede recrear el tamaño de la muestra obtenida	1	100.0
Wilcoxon T	Se usa la prueba T de Wilcoxon para comprar grupos independientes. La prueba correcta sería U de Mann-Whitney	1	100.0
Rotación Promax	No indica los resultados de la prueba	1	100.0
Sensibilidad	No indica los resultados de la prueba	1	100.0
Especificidad	No se especifica la fórmula empleada	1	100.0
Prueba de McNemar	Utilizada como indicador de validez de constructo, pero su uso es poco claro. Ya que como se sabe, esta prueba se utiliza para decidir si puede o no aceptarse que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control	1	100.0
Rotación oblicua	No se especifica la fórmula empleada	1	100.0
t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales diferentes	No se especifica se los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba t para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba t para muestras relacionadas (antes y después)	1	100.0
Chi-cuadrado / grados de libertad ($\chi^2/g.l$)	No indica los resultados de la prueba	1	100.0
Fórmula de Rulon	No indica los resultados de la prueba	1	100.0
Ecuación de la muestra (Versión 2)	Esta ecuación parece no tener sentido ya que n_e se cancela en la ecuación.	1	100.0
Chi Cuadrada con residuos tipificados	Se indica que se empleó la Chi Cuadrada con residuos tipificados, ya que estos están acotados en el intervalo [0,1], se podría asumir que su expresión en porcentajes son lo que el autor colocó en la investigación, sin embargo, se han colocado dos de estos calores por cada correlación, lo cual no hace sentido a la técnica empleada	1	100.0
Prueba de Mardia	No indica los resultados de la prueba	1	100.0

Un total de 36 técnicas matemáticas presentaron menos de 5 errores. Se observa que los errores que más se presentaron fueron: No indica los resultados de la prueba, No se especifica la fórmula empleada, No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica, La interpretación de las pruebas de normalidad es errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal.

Tabla 42. *Nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis*

Nivel	<i>f</i>	%
Nivel 1	10	2.4
Nivel 2	16	3.9
Nivel 3	342	83.0
Nivel 4	36	8.7
Nivel 5	8	1.9
Total	412	100.0

El nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología fue principalmente Nivel 3 (83.0%), luego se encontró el Nivel 4 (8.7%), seguido del Nivel 2 (3.9%), luego se encontró el Nivel 1 (2.4%), finalmente se encontró el Nivel 5 (1.9%).

VI. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

6.1. Interpretación de resultados

Se observa que, en 412 tesis, 134 técnicas matemáticas fueron empleadas un total de 2769 veces. Lo cual indica que existe un vasto marco teórico-matemático que se encuentra en el trasfondo de la investigación psicológica, en la forma en la que se postulan las hipótesis, en la forma en la que se obtienen los datos, en la manera en la que se analizan estos datos para presentar los resultados y en las conclusiones a las que se llegan. Por lo tanto, se ha presentado evidencia que apoya la tesis de que las técnicas matemáticas juegan un rol central en la investigación psicológica y que no es posible superar los problemas que atañen el estudio de la conducta sin hacer uso de estas técnicas, ya que el lenguaje natural resulta insuficiente para representar la realidad, especialmente una realidad tan compleja como la que corresponde al objeto de estudio de la psicología.

Al analizar el uso de las técnicas matemáticas según el lugar del documento donde son empleadas se observa que principalmente se las utiliza en el lugar de Análisis e interpretación de la información, donde 72 técnicas matemáticas fueron utilizadas un total de 1613 veces. La aplicación de las técnicas matemáticas en esta parte del documento se centró principalmente en la descripción de los resultados haciendo uso de las Frecuencias y porcentajes, las Tablas de doble entrada, la Media, la Moda, la Mediana, la Varianza, la Desviación estándar, el Máximo, el Mínimo, la Asimetría y la Curtosis. Por su parte, se encontró una predominancia de las técnicas de asociación, correlación y comparación ya sea de dos grupos o más, como la Prueba Chi-cuadrado, la r de Pearson, la Rho de Spearman, las pruebas t de Student, la prueba U de Mann-Whitney, ANOVA de un factor, H de Kruskal-Wallis, Tau b de Kendall, Wilcoxon T . Se evidencia la predominancia de técnicas bivariadas como la Prueba Chi-cuadrado, la r de Pearson, la Rho de Spearman o las pruebas t de Student. No se observa un uso

extendido de modelos multivariados, como las ecuaciones estructurales o las redes bayesianas. Además, se observa una predominancia de modelos estáticos, en los cuales solo se describe el objeto de estudio tal y como se presentó la vez en que fue medido, no prestándosele importancia a su evolución y desarrollo en el tiempo. Al tener en cuenta que los problemas que estudia el psicólogo rara vez son bivariados, cabe preguntarse si esta forma de abordar la investigación en psicología es la más adecuada o si se hace necesario realizar un cambio hacia un paradigma multivariado y dinámico.

En el lugar Técnicas e instrumentos, 79 técnicas fueron utilizadas 950 veces. Las técnicas empleadas fueron utilizadas principalmente para reportar las propiedades psicométricas de los instrumentos. Se encontró la prueba Alpha de Cronbach, el Análisis factorial tanto exploratorio como confirmatorio y los indicadores de ajuste del modelo, la Confiabilidad Test-retest, la Validez concurrente, la corrección Spearman-Brown, V de Aiken y las fórmulas de Kuder-Richardson. Esto evidencia el papel que tienen las matemáticas en la medición en psicología, ya que es imposible justificar las mediciones que se realizan sin recurrir a modelos formales. Se evidencia un continuo de algoritmos que van desde los instrumentos empleados para la medición hasta la elaboración de los resultados, que deben tenerse en cuenta y comprenderse cuando se realiza investigación en psicología.

Para el lugar Población y muestra se presentaron 15 técnicas un total de 244 veces. Estas fueron principalmente las Frecuencias, porcentajes y estadísticos descriptivos los cuales se utilizaron con la finalidad de describir a la población y la muestra. Además, se observa una presencia de cuatro formas de ecuaciones para obtener una muestra, las cuales parecen no tener una justificación teórica sólida. En este punto es necesario señalar que, en muchos casos el uso del muestreo es incorrecto, ya que solo se calcula el tamaño de la muestra, pero no se seleccionan los casos de manera aleatoria. Siendo este último requisito importante para que la generalización

de los resultados muestrales a la población se haga con el mínimo error posible. En caso de no tomarse una muestra aleatoria no hay garantías de que los resultados puedan generalizarse a toda la población y sólo se circunscriben a la muestra.

En los Anexos se emplearon 38 técnicas un total de 109 veces. En esta parte del documento se colocan las reglas de corrección de los instrumentos, las funciones para asignar categorías, los centiles, los reportes de propiedades psicométricas de los instrumentos y otros cálculos realizados por los investigadores que no son reportados en los resultados, pero que se incluyen en las tesis por considerarse importantes.

En el lugar Variables se emplearon 3 técnicas un total de 43 veces. La principal técnica empleada es la función definida a trozos, esta es por lo general utilizada al momento de asignar categorías a intervalos de puntajes. También se emplearon las frecuencias y porcentajes y en una investigación se definió el índice de rotación.

En el lugar de la Fundamentación teórica se emplearon 11 técnicas matemáticas un total de 17 veces. Estas fueron formulaciones teóricas conocidas para los psicólogos como el Coeficiente Intelectual, el índice de rotación del personal, el Modelo de motivación laboral de Victor Vroom, la Motivación de logro y las expectativas x valor, el Modelo de productividad y la Teoría del aprendizaje social de Rotter. En este punto hay que señalar que la presentación de teorías formales en la Fundamentación teórica de las investigaciones es escasa, además, si se tiene en cuenta que es necesario una teoría para derivar una hipótesis que luego será sometida a prueba recolectando evidencia, este proceso difícilmente puede realizarse sin contar con teorías formalmente establecidas. Ya que no es posible contrastar datos analizados utilizando procedimientos matemáticos con teorías formuladas en términos de lenguaje natural. Es aquí donde se evidencia un problema ya que sin teorías formalmente establecidas difícilmente pueden encajarse los resultados dentro de estas teorías. Esto también ha sido reconocido

por Nina (2019), quien menciona que los tesisistas tienen dificultades para relacionar la información estadística con la teoría.

En cuanto a los errores cometidos en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de psicología se aprecia que principalmente no se cumplen con los supuestos para aplicar las técnicas, también no se señalan los resultados de las pruebas, solo se las menciona, no se especifica que fórmula se ha empleado y en algunas situaciones los resultados no se han podido recrear.

De manera específica las técnicas matemáticas que presentaron más errores en su aplicación fueron:

La r de Pearson, no se señaló si los datos cumplían con los supuestos para aplicar esta técnica. O se verificaban los supuestos, teniendo como resultado que debía aplicarse una prueba no paramétrica sin embargo se aplicó la r de Pearson. También se interpretó la significancia de la prueba como existencia de correlación, sin embargo, debe tenerse en cuenta que, si la prueba resulta significativa, esto indica que los resultados pueden generalizarse a la población, esto siempre y cuando se haya obtenido una muestra aleatoria. Sin una muestra aleatoria la significancia no tiene interpretación porque no puede asegurarse la generalización del coeficiente de correlación, en estos casos solamente debe interpretarse el coeficiente de correlación, y limitar los resultados a la muestra estudiada.

Otra técnica que presentó errores fue la t de Student para muestras independientes. No se especificó si los datos cumplían con los requisitos para aplicar una prueba paramétrica. Se aplicaba la prueba t de Student para muestras independientes al tratarse de un programa, donde lo correcto sería aplicar la prueba t de Student para muestras relacionadas. Además, no se verificó el supuesto de homogeneidad de varianzas, por lo que no se especifica si se asumen varianzas iguales o diferentes. También se cometieron errores en la aplicación de la t de Student para muestras relacionadas no señalándose si se cumplen con los supuestos para aplicar esta técnica o empleándola cuando debería utilizarse una

prueba t para muestras independientes. Esto evidencia un desconocimiento de los supuestos y casos de aplicación de esta técnica.

En el caso del Análisis factorial, esta técnica fue empleada principalmente en el lugar de Técnicas e instrumentos para reportar la validez de constructo de los instrumentos. Los errores que se cometieron fueron que no se indica si se trata de análisis factorial exploratorio o confirmatorio. No se indican los resultados de la prueba o la descripción del procedimiento es insuficiente. En el caso del análisis factorial exploratorio tampoco se indican los resultados de la prueba o la descripción del procedimiento se encuentra incompleta. Tampoco se reportan los indicadores de ajuste de los datos. Para el análisis factorial confirmatorio tampoco se reportaron los resultados de la prueba y no se mencionaron los indicadores de ajuste de la misma. En el caso de los procedimientos de ajuste y extracción de dimensiones los errores cometidos fueron que, para la técnica Kaiser-Meyer-Olkin (*KMO*), se la confundió con un indicador de confiabilidad análogo al Alpha de Cronbach, o se la utiliza como indicador de validez sola o acompañada de la Prueba de esfericidad de Bartlett, no mencionándose la varianza explicada ni el número de factores extraídos o si estos coinciden con lo señalado en la teoría del instrumento, así mismo, solo se señala el nombre del procedimiento sin reportar el valor obtenido. Para el caso de la Rotación VARIMAX no se reportó el número de factores extraídos. El análisis factorial es una técnica multivariada que en psicología se emplea para verificar la existencia de las dimensiones o factores de los test. Por lo tanto, se evidencia un desconocimiento general del procedimiento y de la forma en la que deben reportarse los resultados. Esto puede deberse a que esta técnica hace uso de álgebra lineal, materia que no suele ser impartida en la carrera de psicología.

La técnica ANOVA de un factor presentó errores como no verificar si los datos cumplen los supuestos para aplicar esta prueba, o usar esta técnica para comparar dos grupos relacionados, cuando lo

correcto sería usar una prueba t para grupos relacionados o una ANOVA para medidas repetidas.

Para el caso de la Prueba Chi-cuadrado los errores cometidos fueron que los resultados no se pudieron recrear, un uso incorrecto de esta prueba para verificar diferencias en grupos antes y después de la aplicación de un programa, o presentación de resultados inconsistentes.

Por su parte, la prueba Rho de Spearman presentó errores como que se interpretó la significancia del coeficiente de correlación como existencia de correlación y no como la posibilidad de generalizar el coeficiente calculado a la población.

Para el caso de la prueba U de Mann-Whitney los errores cometidos fueron que se empleó en un estudio longitudinal con medidas relacionadas, cuando esta prueba es para medidas independientes. También se empleó para comparar más de dos grupos o como indicador de validez de un instrumento, siendo estos usos incorrectos.

En el caso de la técnica Alpha de Cronbach los errores cometidos en la aplicación de este procedimiento son que no se señalan los resultados de la prueba, se lo utiliza como indicador de validez, siendo un indicador de confiabilidad, o se menciona que la consistencia interna y la confiabilidad son dos propiedades distintas, cuando refieren a lo mismo. También se presentaron errores en la técnica Kuder-Richardson ya que al existir dos fórmulas distintas KR-20 y KR-21, no se especifica de que fórmula se trata, o se confunde esta técnica con el Alpha de Cronbach. La corrección de Spearman-Brown presentó errores como no señalar los resultados de la prueba o denominar incorrectamente este procedimiento como "Rho de Spearmanbrown". Por su parte, para la confiabilidad Test-retest los errores cometidos fueron que no se señalaron los resultados de la prueba y se la confundió con un indicador de validez cuando en verdad es un indicador de confiabilidad. En el caso del Método de las dos mitades, también se encontró que los resultados de la prueba no se señalaban, y ya que existen distintas formas de calcular el

método de dos mitades, no se especifica la fórmula empleada para dicho cálculo. En ese sentido, se evidencia que, si bien las técnicas matemáticas son empleadas para la justificación de las mediciones hechas en psicología, existen ciertas confusiones respecto a la manera de entender cómo es que son empleadas estas técnicas y en la forma en la que deben reportarse los resultados de las mismas. Por su parte, para el caso del muestreo y de las ecuaciones de la muestra los errores cometidos fueron que, al momento de rehacer el cálculo con los parámetros reportados en la tesis, el resultado del tamaño muestral no pudo recrearse. Hubo errores al momento de escribir la ecuación, faltando términos en la misma o se confundieron parámetros. Además, la mayoría de las fórmulas presentadas estaban escritas con una notación pobre, lo cual indica un desconocimiento general de la forma en la cual escribir y presentar ecuaciones, siendo reflejo de la laxa formación matemática de los estudiantes de psicología.

Finalmente, para el nivel de uso de las técnicas matemáticas este se presentó principalmente en el Nivel 3: Uso de pruebas de hipótesis estadísticas simples: paramétricas y no paramétricas, otras técnicas sencillas de análisis estadístico. Esto evidencia que el uso de las técnicas matemáticas, si bien es extenso no hace uso de procedimientos más complejos, solamente se limita a procedimientos paramétricos y no paramétricos, dejando de lado procedimientos multivariados mucho más pertinentes para abordar el objeto de estudio del psicólogo.

6.2. Comparación resultados con marco teórico

Como ya se ha mencionado, es evidente el rol central de las matemáticas en la investigación psicológica contemporánea. Respecto a las técnicas matemáticas más empleadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología se encontró que estas se aplicaron principalmente al momento de analizar los datos y presentar los resultados de los estudios. Estas técnicas fueron: Frecuencias y porcentajes (20.1%), Tabla de doble entrada (13.5%),

Prueba de Chi-cuadrado (11.7%), Media (7.9%), r de Pearson (7.8%), Desviación estándar (6.9%), Rho de Spearman (4.2%), Mínimo (3.4%), Máximo (3.3%), t de Student para muestras independientes (3.1%), U de Mann-Whitney (2.2%), ANOVA de un factor (1.6%), Kolmogorov-Smirnov (1.5%), t de Student para muestras relacionadas (1.5%), Shapiro-Wilk (1.2%), Mediana (.8%), H de Kruskal-Wallis (.7%), Moda (.6%), Asimetría (.4%), Coeficiente de determinación R^2 (.4%).

Estos resultados fueron similares a los reportados por Blanca et al. (2018) quienes señalaron que los procedimientos más empleados fueron el ANOVA (20.81%), seguido de análisis de regresión (12.37%), el coeficiente de correlación de Pearson (8.14%), análisis de senderos (6.94%), la prueba t de independencia (6.79%). También Akhtar et al. (2016) hallaron resultados similares en el sentido de que las técnicas estadísticas más utilizadas fueron: Estadística descriptiva (73.4%), Análisis de tablas de contingencia, prueba Chi/test exacto de Fisher (46.6%), t de Student de independencia y para muestras pareadas (43.3%), pruebas no paramétricas (14.9%), Correlación (11.9%), Estadística epidemiológica (11.2%), ANOVA/ANCOVA (10%), Regresión logística (7.2%), Regresión (3.7%). De igual forma Sánchez y Sarmiento (2020) reportaron que para las tesis de grado se presentó una predominancia de técnicas similares como las pruebas de normalidad Kolmogorov-Smirnov (19.4%), Correlación de Spearman (18.7%), Correlación de Pearson (13.8%), Chi-cuadrado (13.8%), prueba t de Student (8.1%), U de Mann-Whitney (6.9%), tablas de frecuencias y gráficos (6.9%). Así mismo, para los artículos publicados en revistas las técnicas presentadas fueron la Correlación de Pearson (18.5%), estadística descriptiva, tablas de gráficos y frecuencias (18.5%), Kolmogorov-Smirnov (14.8%), U de Mann-Whitney (11.1%), t de Student (7.4%), prueba chi-cuadrado (3.7%), ANOVA (3.7%), Kruskal-Wallis (3.7%), regresión lineal múltiple (3.7%), Shapiro Wilk (3.7%) y Correlación de Spearman

(3.7%). También, Lizarzaburu et al. (2013) hallaron que las técnicas matemáticas más empleadas fueron: Las tablas de frecuencia, las medidas estadísticas (estadísticos descriptivos) y figuras, la prueba Chi-cuadrado, la prueba t de Student, ANOVA.

De estos resultados se desprende que las técnicas matemáticas empleadas en la investigación psicológica, en general, abordan problemas del tipo relacionar X con Y o si existen diferencias entre el grupo A y el grupo B . También están los casos algo más refinados como las regresiones múltiples donde hay una variable dependiente y un grupo de variables independientes. O la generalización de las comparaciones para diferencias entre más de dos grupos. Nótese que las preguntas de investigación parecerían estar restringidas por estos modelos. Esto se ha convertido en el paradigma predominante en la investigación, un paradigma que comienza a volverse estéril en la medida que solo permite responder las preguntas más básicas. No se tiene en cuenta la naturaleza multivariada del objeto de estudio del psicólogo ni su naturaleza dinámica. Por lo tanto, cabe preguntarse si es que existen otros modelos que amplíen la forma en la que se formulan y responden las preguntas de investigación en psicología.

Al respecto, en los antecedentes internacionales se ha encontrado el estudio de Van de Schoot et al. (2017) quien señala que las técnicas Bayesianas han comenzado a tener un rol cada vez más importante en la investigación psicológica y que las más utilizadas son los modelos Bayesianos para la cognición y el aprendizaje, modelos computacionales, redes Bayesianas, aplicación directa del teorema de Bayes, reconocimiento del lenguaje e imágenes y promedio Bayesiano de modelos, Modelos basados en regresión, dentro de los cuales se mencionan las siguientes técnicas: análisis de regresión, los análisis de varianza (ANOVA), análisis factorial confirmatorio (AFC), modelos de ecuaciones estructurales (SEM), teoría de respuesta al ítem (TRI), modelado jerárquico/multinivel, test adaptativos computarizados.

Así mismo Counsell y Harlow (2017) señalaron que las técnicas multivariadas más empleadas fueron el ANOVA (25.1%), la prueba z o la prueba t para medias (15.2%), la regresión múltiple (13.9%), la correlación (9.9%), la prueba Chi-cuadrado (9.9%), los modelos de ecuaciones estructurales (5.3%), la regresión logística (2.6%), el análisis factorial o el análisis de componentes principales (2.6%), uso solo de técnicas descriptivas (2.6%), ANCOVA (2%), Modelado multinivel y modelos mixtos (2%), Modelos lineales generalizados (2%), MANOVA (1.3%), U de Mann-Whitney (1.3%), prueba z sobre correlaciones independientes (1.3%), Meta-análisis (1.3%), Análisis de función discriminante (0.7%), Correlaciones canónicas robustas (0.7%), MANCOVA (0.7%).

Es así que, en la investigación realizada en el extranjero, se evidencia un uso de técnicas más avanzadas para la creación de modelos y el análisis de los datos, estas son especialmente multivariadas. Tal y como señala Blanca et al. (2018): los investigadores han dejado de utilizar estadística básica para reportar sus resultados de investigación y están emergiendo nuevas y más avanzadas técnicas de análisis de datos.

En cuanto a los errores que se comenten en la aplicación de las técnicas matemáticas, los resultados del estudio señalan que estos fueron: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica (37.2%), No indica los resultados de la prueba (17.5%), No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis (6.1%), No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio (3.6%), No se especifica la fórmula empleada (3.1%), Los resultados no se pudieron recrear (2.7%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos (2.7%), Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población (2.5%), Se empleó sin verificar la normalidad de los datos (2.2%), Se emplea

como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta (2.0%).

Puede verse como la falta de verificación de los supuestos bajo los que están construidas las técnicas matemáticas son uno de los errores más cometidos. Esto es apoyado por Van de Schoot et al. (2017) quien señaló que en varios de los artículos analizados no se revisaron los supuestos que tienen las técnicas empleadas. De igual forma Nina (2019) menciona que resulta importante el conocimiento de los supuestos de las técnicas que se están utilizando para no cometer errores en su aplicación. Esto también fue señalado por Lizarzaburu et al. (2015) quien señaló que los errores cometidos fueron: Uso inapropiado de las técnicas estadísticas, No se tienen en cuenta los supuestos para las pruebas de hipótesis. Lo mismo es indicado por Lizarzaburu et al. (2011), se prueban las hipótesis con técnicas estadísticas inapropiadas.

También se advierte que uno de los errores identificados fue que los resultados no se pudieron recrear. Este error también fue señalado por Nuijten et al. (2016) quien encontró que la mitad de todos los artículos contenían por lo menos un p -valor inconsistente. También, uno de cada ocho artículos contenía un p -valor reportado extremadamente inconsistente.

En cuanto al nivel de uso, en la presente investigación se halló que las investigaciones estuvieron principalmente Nivel 3 (83.0%), luego se encontró el Nivel 4 (8.7%), seguido del Nivel 2 (3.9%), el Nivel 1 (2.4%), finalmente se encontró el Nivel 5 (1.9%). Estos resultados no coincidieron con los reportados por Lizarzaburu et al. (2011) quienes señalaron que un 50% de las investigaciones se encuentran en el Nivel 1, un 37.2% se encuentran en el Nivel 3 y un 5.5% se encuentran en el Nivel 2. Esto parecería sugerir que los trabajos de tesis investigados en el presente estudio, utilizan técnicas matemáticas algo más refinadas que las analizadas por Lizarzaburu et al. (2011). O que también, teniendo en cuenta el lapso de tiempo entre ambos estudios, que es de 10 años, las diferencias se deban

a una mejora general, pero leve, en el uso de las técnicas matemáticas.

También es necesario mencionar que existen otros campos de estudio en psicología en los cuales los modelos matemáticos se han desarrollado y que no han sido tratados en esta investigación, especialmente los surgidos en el seno de la teoría conductista y neoconductista. Ya que todos estos modelos hablan de lo mismo, la conducta, deberían existir vínculos comunes entre todos estos, y sería posible realizar un proceso de unificación teórica. Trabajo que queda pendiente para los psicólogos.

Por lo tanto, se espera que, en el futuro, la psicología como disciplina científica haya desarrollado teorías y modelos más robustos de los que dispone actualmente, además de que las corrientes teóricas, especialmente aquellas que han desarrollado modelado matemático, como son la vertiente psicométrica-estadística y la vertiente conductista, se encuentren unificadas en un paradigma más completo. Todo esto haciendo uso de las matemáticas, ya que este es el único lenguaje unívoco del que se dispone para poder desarrollar teorías de ese alcance y pasar a una etapa más madura de la psicología como ciencia.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Primera: En total 134 técnicas matemáticas fueron identificadas y se emplearon 2769 veces. Estas fueron principalmente empleadas para analizar los datos, la presentación de las propiedades psicométricas de los instrumentos, y escasamente en la fundamentación teórica.

Segunda: Las técnicas matemáticas más utilizadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología fueron: Frecuencias y porcentajes, Tabla de doble entrada, Prueba de Chi-cuadrado, Media, r de Pearson, Desviación estándar, Rho de Spearman, Mínimo, Máximo, t de Student para muestras independientes, U de Mann-Whitney, ANOVA de un factor, Kolmogorov-Smirnov, t de Student para muestras relacionadas, Shapiro-Wilk, Mediana, H de Kruskal-Wallis, Moda, Asimetría, Coeficiente de determinación R^2 .

Tercera: En el lugar Análisis e interpretación de la información se emplearon 72 técnicas matemáticas un total de 1613 veces. En el lugar Técnicas e instrumentos se emplearon 79 técnicas matemáticas, 950 veces. En el lugar Población y muestra, un total de 15 técnicas matemáticas fueron empleadas 244 veces. En los Anexos un total de 38 técnicas matemáticas fueron utilizadas 109 veces. En el lugar de las Variables, se emplearon un total de 3 técnicas matemáticas 43 veces. En el lugar de la Fundamentación teórica se emplearon 11 técnicas matemáticas un total de 17 veces. En el lugar Diseño de investigación se emplearon 3 técnicas matemáticas 3 veces.

Cuarta: Se encontró 86 errores, los cuales fueron cometidos 446 veces. Los 5 errores que se presentaron con mayor frecuencia son: No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica, No indica los resultados de la prueba, No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis, No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, No se especifica la fórmula empleada.

Quinta: El nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología fue principalmente Nivel 3 (83.0%), luego se encontró el Nivel 4 (8.7%), seguido del Nivel 2 (3.9%), luego se encontró el Nivel 1 (2.4%), finalmente se encontró el Nivel 5 (1.9%).

Recomendaciones

Primera: Se recomienda tener en cuenta las técnicas matemáticas presentadas para ser impartidas y estudiadas durante la carrera de psicología, ya que de esta forma los estudiantes estarán familiarizados con el amplio marco teórico matemático propio de la investigación psicológica.

Segunda: Recrear el estudio, pero haciendo uso de las investigaciones de post grado y artículos publicados en revistas especializadas para verificar si se emplean técnicas matemáticas más refinadas o si se comenten menos errores en su aplicación.

Tercera: Se recomienda dejar de emplear técnicas estadísticas y modelos bivariados para pasar a utilizar modelos más complejos, multivariados y dinámicos, como las ecuaciones estructurales, las redes Bayesianas, el modelado multinivel y las ecuaciones diferenciales con variable latente, ya que estas tienen un mayor poder explicativo y permiten responder a preguntas de investigación más complejas.

Cuarta: Se recomienda profundizar en el estudio de las bases teórico matemáticas de la psicología. En el presente estudio se mostró la vertiente psicométrico-estadística, pero también existen otras vertientes con formulaciones matemáticas como la conductista. Teniendo en cuenta que ambas tratan sobre un mismo objeto de estudio, la conducta, estas estarían conectadas y serían susceptibles de unificarse en una sola gran teoría.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akhtar, S., Shah, S., Rafiq, M., & Khan, A. (2016). Research design and statistical methods in Pakistan Journal of Medical Sciences (PJMS). *Pakistan Journal of Medical Sciences*, 32(1), 151–154.
<https://doi.org/10.12669/pjms.321.9033>
- Andrich, D., & Marais, I. (2019). *A course in Rasch Measurement Theory: Measuring in the Educational, Social and Health Sciences*. Springer.
- Batchelder, W., Colonius, H., Dzhaferov, E., & Myung, J. (Eds.). (2017). *New handbook of mathematical psychology. Volume 1. Foundations and methodology*. Cambridge University Press.
- Benoit, E., & Foulloy, L. (2013). The role of fuzzy scales in measurement theory. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 46(8), 2921–2926.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2013.04.043>
- Blanca, M., Alarcón, R., & Bono, R. (2018). Current practices in data analysis procedures in psychology: What has changed? *Frontiers in Psychology*, 9(DEC). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02558>
- Blanco, F., Perales, J., & Vadillo, M. (2017). Pot la psicologia rescatar-se a si mateixa? Incentius, biaix i replicabilitat. *Anuari de Psicologia de La Societat Valenciana de Psicologia*, 18(2), 231–252.
<https://doi.org/10.7203/anuari.psicologia.18.2.231>
- Boker, S., & Wenger, M. (2012). Data analytic techniques for dynamical systems. In *Data Analytic Techniques for Dynamical Systems*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
<https://doi.org/10.4324/9780203936757>
- Boumans, M. (2012). Measurement in economics. In *Handbook of the Philosophy of Science. Volume 13: Philosophy of Economics* (pp. 395–423). Elsevier BV.
- Brennan, R. (2001). *Generalizability Theory*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3456-0>
- Brunton, S., & Kutz, J. (2017). *Data Driven Science & Engineering - Machine Learning, Dynamical Systems, and Control*.
databook.uw.edu

- Bunge, M. (2002). *La investigación científica: su estrategia y su filosofía*. Siglo XXI.
- Bunge, M., & Ardila, R. (2002). *Filosofía de la psicología*. Siglo XXI.
- Busemeyer, J., Wang, Z., Townsend, J., & Eidels, A. (Eds.). (2015). *The Oxford Handbook of Computational and Mathematical Psychology*. Oxford University Press.
- Carpenter, T., & Kirk, R. (2017). Are psychology students getting worse at math?: Trends in the math skills of psychology statistics students across 21 years. *Educational Studies*, 43(3), 282–295.
<https://doi.org/10.1080/03055698.2016.1277132>
- Cartwright, N., & Bradburn, N. (2011). A theory of measurement. *The Importance of Common Metrics for Advancing Social Science Theory and Research*. <https://doi.org/10.17226/13034>
- Charter, R. (2001). It is time to bury the Spearman-Brown “Prophecy” formula for some common applications. *Educational and Psychological Measurement*, 61(4), 690–696.
<https://doi.org/10.1177/00131640121971446>
- Chen, J. (2010). *Least Squares Method for Factor Analysis*. University of California.
- Costa, V., & Sarmiento, R. (2019). *Confirmatory Factor Analysis - A Case study*.
- Counsell, A., & Harlow, L. (2017). Reporting practices and use of quantitative methods in Canadian journal articles in psychology. *Canadian Psychology*, 58(2), 140–147.
<https://doi.org/10.1037/cap0000074>
- De la Fuente, S. (2011). *Análisis Factorial*. Universidad Autónoma de Madrid.
- DeMars, C. (2010). *Item Response Theory*. Oxford University Press.
- Fahimnia, B., Molaei, R., & Hassan, M. (2011). Integration in Logistics Planning and Optimization. In R. Farahani, S. Rezapour, & L. Kardar (Eds.), *Logistics Operations and Management* (pp. 371–391). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385202-1.00018-9>
- Ferreira, I., Urrútia, G., & Alonso, P. (2011). Revisiones sistemáticas y metaanálisis: bases conceptuales e interpretación. *Revista Española*

- de Cardiología*, 64(8), 688–696.
<https://doi.org/10.1016/j.recesp.2011.03.029>
- Finkelstein, L., & Leaning, M. (1984). A review of the fundamental concepts of measurement. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 2(1), 25–34.
[https://doi.org/10.1016/0263-2241\(84\)90020-4](https://doi.org/10.1016/0263-2241(84)90020-4)
- Fonseca, R., Silva, P., & Silva, R. (2013). Acordo inter-juízes: O caso do coeficiente kappa. *Laboratório de Psicologia*, 5(1), 81–90.
<https://doi.org/10.14417/lp.759>
- Franzese, M., & Iuliano, A. (2018). Descriptive Statistics. In *Elsevier Inc.*
- Guastello, S., Koopmans, M., & Pincus, D. (Eds.). (2009). *Chaos and complexity in psychology: The theory of nonlinear dynamical systems*. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781139058544>
- Hancock, G., & Mueller, R. (2006). Structural Equation Modeling: A Second Course. In *Personnel Psychology* (Vol. 60, Issue 2). Information Age Publishing. https://doi.org/10.1111/j.1744-6570.2007.00081_13.x
- Harlow, L., Korendijk, E., Hamaker, E., Hox, J., & Duerr, S. (2013). A Meta-View of Multivariate Statistical Inference Methods in European Psychology Journals. *Multivariate Behavioral Research*, 48(5), 749–774. <https://doi.org/10.1080/00273171.2013.822784>
- Hayes, M., & Pritchard, J. (2013). *Estimation of internal reliability*.
- Hill, R. (2016). What an Algorithm Is. *Philosophy and Technology*, 29(1), 35–59. <https://doi.org/10.1007/s13347-014-0184-5>
- Hodgkin, A., & Huxley, A. (1952). A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of Physiology*, 117(4), 500–544.
<https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004764>
- Lizarzaburu, L., Campos, B., & Campos, W. (2011). Nivel de uso de Estadística en tesis de Postgrado, Universidad San Pedro, 1998 - 2008. *Serie Artículos - Magister S.A.C. Consultores Asociados*.
- Lizarzaburu, L., Campos, W., & Campos, W. (2015). Deficiencias en el uso de la Estadística en tesis de postgrado y trabajos de

- investigación docente en universidades del norte del Perú.
Conocimiento Para El Desarrollo, 6(2), 65–72.
- Lizarzaburu, L., Odar, A., & Campos, W. (2013). Uso de estadística en trabajos de investigación de la Universidad Nacional del Santa y Universidad San Pedro. *Conocimiento Para El Desarrollo*, 4(1), 61–68.
- Luce, R., Bush, R., & Galanter, E. (Eds.). (1963). *Handbook of Mathematical Psychology: Volume II: Chapters 9-14*. John Wiley and Sons, Inc.
- Michell, J. (2021). Representational measurement theory: Is its number up? *Theory and Psychology*, 31(1), 3–23.
<https://doi.org/10.1177/0959354320930817>
- Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D., & Prisma-Group. (2009). Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses: The PRISMA Statement. *PLoS Med*, 6(7).
<https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097>
- Mosterín, J. (2000). *Conceptos y Teorías en la Ciencia* (1. Ed.). Alianza Editorial.
- Muravyov, S., & Savolainen, V. (1997). Representation theory treatment of measurement semantics for ratio, ordinal and nominal scales. *Measurement*, 22(1–2), 37–46. [https://doi.org/10.1016/S0263-2241\(97\)00061-4](https://doi.org/10.1016/S0263-2241(97)00061-4)
- Nina, M. (2019). *Las tesis psicoeducativas en la Escuela Profesional de Psicología de la UNSA, 1993-2018*. Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa.
- Nuijten, M., Hartgerink, C., van Assen, M., Epskamp, S., & Wicherts, J. (2016). The prevalence of statistical reporting errors in psychology (1985–2013). *Behavior Research Methods*, 48(4), 1205–1226.
<https://doi.org/10.3758/s13428-015-0664-2>
- Park, Y., Konge, L., & Artino, A. (2020). The Positivism Paradigm of Research. *Academic Medicine*, 95(5), 690–694.
<https://doi.org/10.1097/ACM.0000000000003093>
- Primi, R. (2012). Psicometria: fundamentos matemáticos da Teoria Clássica dos Testes. *Avaliação Psicológica*, 11(2), 297–307.

- Robles, B. (2018). Índice de validez de contenido: Coeficiente V de Aiken. *Pueblo Continente*, 29(1), 193–197.
<http://journal.upao.edu.pe/PuebloContinente/article/view/991>
- Rojó, J. (2007). *Regresión lineal múltiple*. Instituto de Economía y Geografía - Laboratorio de estadística.
- Rutherford, A. (2001). *Introducing Anova and Ancova: A GLM Approach*. SAGE Publications Ltd.
- Sánchez, A., & Sarmiento, J. (2020). La investigación psicológica en Cajamarca: Una revisión bibliográfica de los últimos cinco años. *Revista de Psicología Universidad Católica San Pablo*, 10(1), 41–60.
- Sangiaco, Á. (2009). *Manual de modelación y modelización para estudiantes y para ingenieros*.
- Sarwiningsih, R. (2017). Komparasi Ketepatan Estimasi Koefisien Reliabilitas Tes Ujian Nasional Kimia Provinsi Jambi Tahun Ajaran 2014/2015. *JKPK (Jurnal Kimia Dan Pendidikan Kimia)*, 2(1), 34–42.
- Shavelson, R., & Webb, N. (1991). *Generalizability Theory: A Primer* (1 ed.). SAGE Publications Inc.
- Siegel, S., & Castellan, N. (2005). *Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta* (Ed. 4). Trillas.
- Skinner, B. (1971). *Más allá de la libertad y la dignidad*.
- Stevens, S. (1946). On the Theory of Scales of Measurement. *Science, New Series*, 103(2684), 677–680. <http://www.jstor.org/stable/1671815>
- Tarazona, E. (2013). *Modelos alternativos de respuesta graduada con aplicaciones en la calidad de servicios*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Teo, T. (Ed.). (2013). *Handbook of Quantitative Methods for Educational Research*. Sense Publishers.
- Thurstone, L. (1937). Psychology as a quantitative rational science. *Science*, 85(2201), 227–232.
<https://doi.org/10.1126/science.85.2201.227>
- Tornimbeni, S., Pérez, E., Olaz, F., de Kohan, N., Fernández, A., & Cupani, M. (2008). *Introducción a la psicometría*. Paidós.
- Van de Schoot, R., Winter, S., Ryan, O., Zondervan-Zwijnenburg, M., & Depaoli, S. (2017). A systematic review of Bayesian articles in

- psychology: The last 25 years. *Psychological Methods*, 22(2), 217–239. <https://doi.org/10.1037/met0000100>
- Van der Linden, W. (Ed.). (2016). *Handbook of Item Response Theory, Volume One: Models*. Taylor & Francis Group.
- Velleman, P., & Wilkinson, L. (1993). Nominal, ordinal, interval, and ratio typologies are misleading. *American Statistician*, 47(1), 65–72. <https://doi.org/10.1080/00031305.1993.10475938>
- Ventura, J., & Caycho, T. (2017). El coeficiente Omega: un método alternativo para la estimación de la confiabilidad. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 15(1), 625–627.
- Walmsley, J. (2008). Explanation in dynamical cognitive science. *Minds and Machines*, 18(3), 331–348. <https://doi.org/10.1007/s11023-008-9103-9>
- Zúñiga, M., & Montero, E. (2007). Teoría G: un futuro paradigma para el análisis de pruebas psicométricas. *Actualidades En Psicología*, 21, 117–144.

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Título de la Investigación: "Uso de técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019"					
Investigador: Luis Alejandro Málaga Allca					
Pregunta de investigación	Objetivos	Hipótesis	Variables	Dimensiones de la variables	Metodología
<p style="text-align: center;">Pregunta General</p> <p>¿Cómo son empleadas las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?</p>	<p style="text-align: center;">Objetivo General</p> <p>Analizar el uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019</p>	<p style="text-align: center;">Hipótesis General</p> <p>Las técnicas matemáticas en las tesis de psicología son utilizadas principalmente para el procesamiento de los resultados y se encuentran en la base de las conclusiones a las que llegan los investigadores</p>			
<p style="text-align: center;">Preguntas Específicas</p> <p style="text-align: center;">Problema Específico 1</p> <p>¿Qué técnicas matemáticas son empleadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?</p>	<p style="text-align: center;">Objetivos Específicos</p> <p style="text-align: center;">Objetivos Específico 1</p> <p>Identificar las técnicas matemáticas que son empleadas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019</p>	<p style="text-align: center;">Hipótesis Específicas</p> <p style="text-align: center;">Hipótesis específica 1</p> <p>Las principales técnicas estadísticas que se usan en las tesis de psicología son la correlación Rho de Spearman, r de Pearson y Chi-cuadrado.</p>	1. Técnicas matemáticas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Frecuencias y porcentajes 2. Alfa de Cronbach 3. Tabla de doble entrada 4. Prueba de Chi-cuadrado 5. Función definida a trozos 6. Media 7. r de Pearson 8. Desviación estándar 9. Rho de Spearman 10. Mínimo 11. Máximo 12. t de Student para muestras independientes 13. Análisis factorial 14. Confiabilidad Test-retest 15. Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) 16. U de Mann-Whitney 17. Validez concurrente 18. Análisis factorial exploratorio 19. Kolmogorov-Smirnov 20. Prueba de esfericidad de Bartlett 21. V de Aiken 22. Spearman-Brown 23. ANOVA de un factor 24. Ecuación de la muestra para una población conocida 25. Centiles 26. Método de las dos mitades 27. t de Student para muestras relacionadas 28. Correlación ítem-test 	<p>Tipo de investigación: Cuantitativa, documental de revisión sistemática</p> <p>Diseño de Investigación: No experimental, descriptiva, transversal, prospectiva</p> <p>Población: N = 477 tesis</p> <p>Muestra: n = 412 tesis</p> <p>Técnicas de recolección de datos Ficha de datos</p> <p>Instrumentos: Ficha - Agregar una investigación Ficha - Analizar investigación</p>
<p style="text-align: center;">Problema Específico 2</p> <p>¿Qué técnicas matemáticas son utilizadas según el lugar del documento de las</p>	<p style="text-align: center;">Objetivos Específico 2</p> <p>Determinar que técnicas matemáticas son utilizadas según el lugar del documento de las</p>	<p style="text-align: center;">Hipótesis específica 2</p> <p>Los lugares del documento de las tesis en psicología donde principalmente se</p>			

<p>tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?</p> <p>Problema Específico 3 ¿Qué errores se cometen en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?</p> <p>Problema Específico 4 ¿Cuál es el nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019?</p>	<p>tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019</p> <p>Objetivos Específico 3 Identificar que errores se cometen en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019</p> <p>Objetivos Específico 4 Identificar el nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de pregrado de la carrera de psicología, Arequipa, periodo 2015-2019</p>	<p>emplean las técnicas matemáticas son en el Análisis e interpretación de la información, la descripción de la Población y muestra y en las Técnicas e instrumentos.</p> <p>Hipótesis específica 3 Los principales errores en la aplicación de las técnicas matemáticas en las tesis de psicología son que no se tienen en cuenta los supuestos para su aplicación, se aplica pruebas inferenciales a datos provenientes de una población o una muestra no aleatoria, se hacen comparaciones entre grupos sin emplear un algoritmo adecuado y las pruebas de significancia son incongruentes.</p> <p>Hipótesis específica 4 El nivel de uso de las técnicas matemáticas en las tesis de psicología es el Nivel 3.</p>		<p>29. Rotación VARIMAX 30. Shapiro-Wilk 31. Análisis factorial confirmatorio 32. Mediana 33. Raíz cuadrada del error cuadrático medio de aproximación (<i>RMSEA</i>) 34. Comparative Fit Index (<i>CFI</i>) 35. Análisis de componentes principales 36. Moda 37. <i>H</i> de Kruskal-Wallis 38. Kuder Richardson 39. Asimetría 40. Curtosis 41. Goodness of fit index (<i>GFI</i>) 42. Kuder-Richardson 20 43. Varianza 44. Coeficiente de determinación R^2 45. Tau <i>b</i> de Kendall 46. Adjusted goodness of fit index (<i>AGFI</i>) 47. Especificidad 48. Rotación Oblimin 49. Sensibilidad 50. Validez discriminante 51. Wilcoxon <i>T</i> 52. Chi-cuadrado / grados de libertad ($\chi^2/g.l$) 53. Coeficiente de Contingencia 54. Coeficiente de correlación no especificado 55. Rango 56. Regresión lineal múltiple 57. Rotación Promax 58. Validez de criterio 59. Análisis de grupos contrastados 60. Área bajo la curva <i>ROC</i> 61. Coeficiente Omega (ω) 62. <i>d</i> de Cohen</p>	<p>Técnicas de análisis e interpretación de datos: Para interpretar los resultados se emplearon técnicas descriptivas. Realizando tablas de frecuencias y porcentajes para responder a los objetivos de investigación.</p>
--	---	--	--	--	--

				<p>63. Ecuación de la muestra de Arkin y Colton</p> <p>64. Prueba de igualdad de varianzas de Levene</p> <p>65. Regresión lineal simple</p> <p>66. Root mean square residual (<i>RMR</i>)</p> <p>67. <i>t</i> de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales diferentes</p> <p>68. Tucker-Lewis index (<i>TLI</i>)</p> <p>69. α ordinal</p> <p>70. Cociente Intelectual (C.I.)</p> <p>71. Corrección de Bonferroni</p> <p>72. D de Somers</p> <p>73. Ecuación de la muestra (Versión 1)</p> <p>74. Ecuación de la muestra para una población desconocida o infinita</p> <p>75. Ecuación del bienestar subjetivo (Haidt, 2006)</p> <p>76. Eneatipo</p> <p>77. Muestreo probabilístico, estratificado proporcional (Torres, 1998)</p> <p>78. Prueba de McNemar</p> <p>79. Satorra-Bentler-scaled chi-square statistic ($SB-\chi^2$)</p> <p>80. Adecuación del tamaño de la muestra (Hoelzer, 1983)</p> <p>81. Análisis de correspondencia simple</p> <p>82. Análisis de correspondencias</p> <p>83. Análisis de Covarianza (ANCOVA)</p> <p>84. Bentler-Bonnet Non-Normed Fit Index (<i>BBNFI</i>)</p> <p>85. Cálculo de la productividad total (Chiavenato, 2000)</p> <p>86. Chi Cuadrada con residuos tipificados</p> <p>87. Coeficiente Angoff-Feldt</p> <p>88. Coeficiente <i>H</i></p>	
--	--	--	--	--	--

				89. Coeficiente kappa de Cohen 90. Contrastes de Helmert 91. Corrección de Yates 92. Correlación biserial-puntual 93. Ecuación de la muestra (Versión 2) 94. Ecuación de la muestra (Versión 3) 95. Ecuación de la muestra para estimar la media 96. Escala Stanones 97. Factorización de Ejes Principales (<i>FEP</i>) 98. Fórmula de Rulon 99. Incremental Fit Index (<i>IFI</i>) 100. Índice de Rotación 101. Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>) 102. Índice de rotación de personal (<i>IRP</i>) (Con recepción y transferencia de subsistemas) 103. índice de validez de contenido de Lawshe 104. Lambda de Wilks 105. Método de máxima verosimilitud 106. Método Feldt 107. Modelo de motivación laboral presentado por Víctor Vroom (1962) 108. Motivación de logro y las expectativas x valor (Atkinson, 1957 citado en Schunk, 1997) 109. Muestra por estratos (Hernandez, Fernandez y Baptista, 1999, p. 212) 110. Normalización Promax con Kaiser 111. Normed fit index (<i>NFI</i>) 112. Odds ratio 113. Productividad (Gaither y Frazier, 2000)	
--	--	--	--	---	--

				<p>114. Promedio de la correlación Inter-item</p> <p>115. Prueba binomial</p> <p>116. Prueba de Duncan</p> <p>117. Prueba de Guttman</p> <p>118. Prueba de Mardia</p> <p>119. r de Rosenthal</p> <p>120. Regla de Sturges</p> <p>121. Regresión logística</p> <p>122. Rotación de Varimax con normalización de Kaiser</p> <p>123. Rotación oblicua</p> <p>124. Standardized root mean squared residual (<i>SRMR</i>)</p> <p>125. t de Student para muestras independientes asumiendo varianzas poblacionales iguales</p> <p>126. Tau c de Kendall</p> <p>127. Tau de Goodman-Kruskal</p> <p>128. Tau de Kendall</p> <p>129. Teoría del aprendizaje social de Rotter (Predictive Formula)</p> <p>130. Test HSD (Honestly-significant-difference) de Tukey</p> <p>131. Theta de Armor</p> <p>132. V de Cramer</p> <p>133. Valor predictivo negativo</p> <p>134. Valor predictivo positivo</p>	
			2. Lugar del documento	<p>1. Introducción</p> <p>2. Planteamiento del problema</p> <p>3. Justificación e importancia de la investigación</p> <p>4. Objetivos de la investigación</p> <p>5. Hipótesis de la investigación</p> <p>6. Variables</p> <p>7. Fundamentación teórica</p>	

				8. Antecedentes de la investigación 9. Términos básicos 10. Metodología 11. Fundamento epistemológico 12. Método de investigación 13. Diseño de investigación 14. Población y muestra 15. Tipos de muestreo 16. Técnicas e instrumentos 17. Análisis e interpretación de la información 18. Recomendaciones 19. Limitaciones 20. Referencias	
			3. Error en la aplicación	1. No se señala si los datos cumplen con los supuestos para aplicar una prueba paramétrica 2. No indica los resultados de la prueba 3. No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio, tampoco se presenta el resumen de los resultados de dicho análisis 4. No se especifica si es análisis factorial confirmatorio o exploratorio 5. No se especifica la fórmula empleada 6. Los resultados no se pudieron recrear	

				<p>7. Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos</p> <p>8. Se utiliza el coeficiente de Pearson sin verificar la normalidad de los datos. Se interpreta la significancia como indicador de existencia de la correlación, cuando indica la generalización del coeficiente de la muestra a la población</p> <p>9. Se empleó sin verificar la normalidad de los datos</p> <p>10. Se emplea como indicador de validez, la descripción del procedimiento está incompleta</p> <p>11. Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra no aleatoria</p> <p>12. Se utiliza una prueba paramétrica pese a que los datos no siguen una distribución normal.</p> <p>13. Se interpreta la significancia del coeficiente de correlación para una muestra censal, es decir toda la población, no se prueban los supuesto de normalidad de los datos.</p> <p>14. Al rehacer el cálculo se obtiene un tamaño de muestra que no coincide con el señalado en la investigación</p>	
--	--	--	--	--	--

				<p>15. La ecuación está mal escrita, solo se señala N más no se señala $N - 1$</p> <p>16. Se indica que se empleó una prueba t para muestras relacionadas, sin embargo, se comparan grupos independientes</p> <p>17. La interpretación de las pruebas de normalidad es errónea, se afirma que los datos siguen una distribución normal, los datos no siguen una distribución normal.</p> <p>18. No se especifica si los datos cumplen los supuestos para emplear una prueba paramétrica. Se emplea una prueba t para muestras independientes, cuando, al tratarse de un programa, lo correcto es aplicar una prueba t para muestras relacionadas (antes y después)</p> <p>19. Se asume que el KMO es un indicador de validez, análogo al Alpha de Cronbach en la confiabilidad. En verdad este indicador solo señala si los datos son apropiados para la realización de un análisis factorial.</p> <p>20. Se emplea la prueba U para un estudio longitudinal (evaluar las</p>	
--	--	--	--	--	--

				<p>diferencias pre-post de un programa), el procedimiento apropiado sería Wilcoxon T que es el equivalente a prueba t para muestras relacionadas.</p> <p>21. Se utiliza como indicador de validez en la descripción del instrumento, sin embargo, no se reportan los indicadores de ajuste</p> <p>22. Solo se señala el nombre del procedimiento, no se indican cuáles fueron los resultados, ni la técnica matemática utilizada para el contraste.</p> <p>23. Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez</p> <p>24. Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con el KMO, siendo la descripción insuficiente</p> <p>25. Se emplea como indicador de validez cuando es indicador de confiabilidad</p> <p>26. Se señala como indicador de validez, no se indica de qué manera se utilizó, se reporta junto a la prueba U o rho (depende del caso), pero solo reporta un indicador. No se cita la fuente. Estos</p>	
--	--	--	--	---	--

				<p>procedimientos no son comunes para el cálculo de la validez por lo que debería explicarse este procedimiento.</p> <p>27. Se uso la prueba chi cuadrado para verificar las diferencias antes y después de la aplicación de un programa. Este es un uso inadecuado de la prueba Chi-cuadrado, ya que esta indica la dependencia o independencia de los datos, no la existencia de diferencias entre estos. Las siguientes técnicas son adecuadas T de Wilcoxon y t de Student para muestras relacionada</p> <p>28. Se usó para describir la confiabilidad del instrumento, pero no se da más información sobre que técnica en específico es la que se emplea para determinar la confiabilidad, ya que hay varios tipos de métodos de las dos mitades.</p> <p>29. Utiliza el Alpha de Cronbach como indicador de validez y confiabilidad</p> <p>30. Al parecer se aplica la prueba t para muestras independientes, sin embargo, las ecuaciones presentadas no coinciden con lo descrito en la literatura para la prueba t</p>	
--	--	--	--	---	--

				<p>para muestras independientes.</p> <p>31. Esta ecuación parece no tener sentido ya que n_e se cancela en la ecuación.</p> <p>32. Hay un error en el resultado, si se tiene una población de 1382 al 6% de error y los demás parámetros de manera estándar el valor sería de 224</p> <p>33. Interpretación del p-valor incorrecta error de tipo II. Se acepta la hipótesis nula cuando es falsa</p> <p>34. Interpretación inadecuada, se interpreta la asociación lineal por lineal en vez de la significancia de la prueba Chi</p> <p>35. La ecuación está mal escrita, el tamaño de la muestra no coincide al recrear el calculo</p> <p>36. La ecuación no es comprensible, no se especifica como está definido el operador &, además. Solo resulta llamativa porque esta formulada en modo ecuación</p> <p>37. No se especifica que prueba tau se utilizó, además no se reporta el valor de la prueba, solo su significancia. Se describe bajo una tabla de doble</p>	
--	--	--	--	---	--

				<p>entrada, no corresponde a la prueba tau</p> <p>38. No se pudieron recrear los resultados de la prueba Chi-cuadrado. La presentación de los resultados se mostró inconsistente en varios cuadros, no siendo entendible</p> <p>39. Se confunde Z con e</p> <p>40. Se emplea como indicador de que el análisis factorial es bueno, más solo se reporta junto con la prueba de Bartlett, siendo la descripción insuficiente</p> <p>41. Se emplea la prueba H para verificar las diferencias entre el grupo experimental el grupo control, cuando, al tener dos grupos, el experimental y el control, lo recomendable sería emplear la prueba Wilcoxon T</p> <p>42. Se empleó ANOVA para verificar las diferencias pre test – post test, lo recomendado sería una prueba t para muestras relacionadas. Además, el ANOVA es para grupos independientes, la alternativa de ANOVA para grupos relacionados es el ANOVA para medidas repetidas</p>	
--	--	--	--	---	--

				<p>43. Se ha verificado que los datos siguen una distribución no normal, sin embargo, se emplea r de Pearson en vez de Rho de Spearman</p> <p>44. Se indica que el error muestral es de 4% , sin embargo, en la ecuación cuando se reemplaza el parámetro e se pone como 5, sin decimales. Además, no se puede recrear el tamaño de la muestra obtenida</p> <p>45. Se indica que se empleó la Chi Cuadrada con residuos tipificados, ya que estos están acotados en el intervalo $[0,1]$, se podría asumir que su expresión en porcentajes son lo que el autor colocó en la investigación, sin embargo, se han colocado dos de estos valores por cada correlación, lo cual no hace sentido a la técnica empleada</p> <p>46. Se menciona que la consistencia interna y confiabilidad como propiedades diferentes, cuando refieren al mismo indicador, el Alpha de Cronbach.</p> <p>47. Se menciona que se empleó la prueba Kuder Richardson, sin embargo, la ecuación presentada</p>	
--	--	--	--	--	--

				<p>corresponde al Alfa de Cronbach</p> <p>48. Se señala el procedimiento con el nombre de "Rho de Spearmanbrown"</p> <p>49. Se usa la prueba <i>T</i> de Wilcoxon para comprar grupos independientes. La prueba correcta sería U de Mann-Whitney</p> <p>50. Se utiliza como indicador de confiabilidad, cuando en verdad solo identifica los factores de riesgo asociados</p> <p>51. Se utilizó para comparar más de dos grupos</p> <p>52. Tau toma valores entre 0 y 1. Se reportan valores que caen fuera de este intervalo, se puede asumir que se han multiplicado por 100 pero no se indica.</p> <p>53. Utilizada como indicador de validez de constructo, pero su uso es poco claro. Ya que como se sabe, esta prueba se utiliza para decidir si puede o no aceptarse que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control</p>	
--	--	--	--	---	--

			4. Nivel de uso	1. Nivel 0 2. Nivel 1 3. Nivel 2 4. Nivel 3 5. Nivel 4 6. Nivel 5	
--	--	--	-----------------	--	--

Anexo 2. Instrumentos de recolección de datos

Ficha 1. Agregar una investigación

Agregar una investigación	
Titulo	
<input type="text"/>	
Año	
<input type="text"/>	
¿Cumple con los criterios de inclusión y exclusión?	
Criterios de inclusión	
<input type="checkbox"/> Tesis de metodología cuantitativa	
<input type="checkbox"/> Tesis descriptivas	
<input type="checkbox"/> Tesis Correlacionales	
<input type="checkbox"/> Validación de instrumentos	
<input type="checkbox"/> Programas de intervención	
<input type="checkbox"/> Investigaciones experimentales	
<input type="checkbox"/> Sustentada en el periodo 2015-2019	
Criterios de exclusión	
<input type="checkbox"/> Tesis de metodología cualitativa	
<input type="checkbox"/> Tesis de metodología mixta	
<input type="checkbox"/> Revisiones sistemáticas	
<input type="checkbox"/> Que no se pueda acceder al documento completo	
<input type="radio"/> Sí cumple	
<input type="radio"/> No cumple	
Universidad	
<input type="radio"/> Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa	
<input type="radio"/> Universidad Católica de Santa María	
<input type="radio"/> Universidad Católica San Pablo	
Archivo	
<input type="button" value="Examinar..."/> Ningún archivo seleccionado.	
Metodología	
<input type="text"/>	
Población	
<input type="text"/>	
Variables <input type="button" value="Agregar campo"/>	
<input type="text" value="Variable"/>	
<input type="text" value="Instrumento"/>	
<input type="button" value="Eliminar"/>	
<input type="button" value="Registrar Investigación"/>	

Ficha 2. Analizar investigación

Técnica	Lugar	Errores	Add	Nivel	Revisión	Top	Clasificar menú
TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN Nivel X							
Nueva técnica							
Nombre <input type="text"/>							
Descripción (Opcional) *Acepta LaTeX <input type="text"/>							
<input type="button" value="Agregar técnica"/>							
Técnica Selecciona la tecnica							
No se ha agregado ninguna técnica							
Lugar *Tomado de Nina (2019)							
<input type="radio"/> Introducción <input type="radio"/> Planteamiento del problema <input type="radio"/> Justificación e importancia de la investigación <input type="radio"/> Objetivos de la investigación <input type="radio"/> Hipótesis de la investigación <input type="radio"/> Variables <input type="radio"/> Fundamentación teórica <input type="radio"/> Antecedentes de la investigación <input type="radio"/> Términos básicos <input type="radio"/> Metodología <input type="radio"/> Fundamento epistemológico <input type="radio"/> Método de investigación <input type="radio"/> Diseño de investigación <input type="radio"/> Población y muestra <input type="radio"/> Tipos de muestreo <input type="radio"/> Técnicas e instrumentos <input type="radio"/> Análisis e interpretación de la información <input type="radio"/> Recomendaciones <input type="radio"/> Limitaciones <input type="radio"/> Referencias <input type="radio"/> Anexos							
¿Errores? / Uso 000 No se ha agregado ningún error							
Describe el error / Uso 000 <input type="button" value="+ Agregar Error"/>							
<input type="text"/>							
<input type="button" value="Agregar"/>							
#	Técnica	Lugar	¿Errores?				
Sin revisar							
Nivel de uso Lizarzaburu et al. (2011)							
<input type="radio"/> Nivel 0: No usa la estadística.							
<input type="radio"/> Nivel 1: Presentación de datos en cuadros, gráficos, porcentaje y otras formas de presentación estadística.							
<input type="radio"/> Nivel 2: Presentación de la información a través de medidas estadísticas y uso de técnicas estadísticas descriptivas.							
<input type="radio"/> Nivel 3: Uso de pruebas de hipótesis estadísticas simples: paramétricas y no paramétricas, otras técnicas sencillas de análisis estadístico.							
<input type="radio"/> Nivel 4: Uso de técnicas de análisis inferencial: Comparaciones múltiples, análisis de varianza, diversas técnicas inferenciales.							
<input type="radio"/> Nivel 5: Uso de estadística avanzada: Análisis multivariado, procesos estocásticos, modelos estadísticos lineales, diseño y análisis de experimentos, análisis factorial, otros temas de estadística avanzada.							
<input type="button" value="Registrar"/>							

Anexo 3. Base de datos y código de análisis

El siguiente enlace contiene la base de datos en formato SQL, debe descargarse cada base de datos en formato .csv para su análisis con el algoritmo que se presenta a continuación:

<https://alappont.com/luismalaga/datos-tecnicas-matematicas/data.sql>

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Nov 8 11:30:22 2021

@author: Luis Alejandro Málaga Allca
"""

#Usar CSV al momento de exportar de SQL
#1.Se corren los paquetes
import pandas as pd

#2. Se importa la base de datos
#Generar la final del SQL
#Requiere de actualización de base de datos
data = pd.read_csv('registros.csv')

#3. Se requiere de los ID de las tesis seleccionadas n=412
#No requiere de actualizar base de datos - Es final
tesis = pd.read_csv('investigacions.csv' )
tesis_id = tesis[tesis['criterios']=='Si cumple']['tesis_id']
tesis_id = pd.DataFrame(tesis_id)

#Este código es más pertinente
tesis_identificador = data['tesis_id'].unique()
tesis_identificador = pd.DataFrame(tesis_identificador)
tesis_identificador.columns = ['tesis_id']

#4. Se requiere la base de datos que contiene el nombre de la tecnica
#Requiere de actualización de base de datos
tecnica_data = pd.read_csv('tecnicas.csv' )

#5. Se requiere importar la base de errores
errores_data = pd.read_csv('tabla_errors.csv' )
```

```

"""
Tecnicas Recuento
"""
#Genera un diccionario por cada tesis que contiene las tecnicas unicas
que se usaron en esa tesis
tecnicas_agrupadas = {}
for i in tesis_identificador['tesis_id']:

    #Esto hace que se seleccione una unica 'tecnica_id' por cada tesis
    ##Si en una tesis se ha registrado más de una vez el uso de una misma
    tecnica
    ##pero en distintas partes del coumento, solo se cuenta como una sola
    técnica para el recuento.
    tecnica_unica = data[data['tesis_id']==i]['tecnica_id'].unique()

    #Almacena cada tecnica en el diccionario
    tecnicas_agrupadas[i] = tecnica_unica

tecnicas = []
for i in tesis_identificador['tesis_id']:
    tecnicas.extend(tecnicas_agrupadas[i])

tecnicas = pd.DataFrame(tecnicas)
tecnicas.columns = ['tecnica_id']

tecnicas_names_col = []
for i in tecnicas['tecnica_id']:
    for e in tecnica_data.itertuples():
        if e[1] == i : tecnicas_names_col.append(e[4])
tecnicas_names_col = pd.DataFrame(tecnicas_names_col)
tecnicas_names_col.columns = ['tecnica_name']

#Exportar las tecnicas empleadas
tecnicas_para_analisis = pd.concat([tecnicas, tecnicas_names_col ],
axis=1)
tecnicas_para_analisis.to_excel('tecnicas_para_analisis.xlsx', index =
False)

"""
Tecnicas por lugar del documento
"""
#Selecciona la columna lugar
lugar = data['lugar']

#Selecciona los casos únicos
lugar = lugar.unique()

#Convierte en un DataFrame a lugar y le pone el nombre a la columna
lugar = pd.DataFrame(lugar)
lugar.columns = ['lugar']

```

```

#Genera un diccionario por cada lugar que contiene las tecnicas unicas
que se usaron en esa tesis
#Me indica el número de procedimientos únicos por cada lugar

#Obtiene los procedimientos divididos por cada lugar

#Genera un diccionario con las tecnicas agrupadas por lugar
lugar_tecnica = {}
for i in lugar['lugar']:
    lugar_tecnica[i] = data[data['lugar']==i]

#Obtener, por cada lugar, una tecnica unica por tesis
tecnica_unica_tesis_lugar = {}
for i in lugar['lugar']:
    tecnica_dict = {}
    for j in tesis_identificador['tesis_id']:
        tecnica_unica_lugar_tesis =
lugar_tecnica[i][lugar_tecnica[i]['tesis_id']==j]['tecnica_id'].unique()
        tecnica_dict[j] = tecnica_unica_lugar_tesis
    tecnica_unica_tesis_lugar[i] = tecnica_dict

tecnicas_lugar = []
lugar_col = []
for i in lugar['lugar']:
    key = pd.DataFrame(tecnica_unica_tesis_lugar[i].keys())
    key.columns = ['tesis_id']

    for j in key['tesis_id']:
        tecnicas_lugar.extend(tecnica_unica_tesis_lugar[i][j])

    for e in range(len(tecnica_unica_tesis_lugar[i][j])):
        lugar_col.append(i)

tecnicas_lugar = pd.DataFrame(tecnicas_lugar)
tecnicas_lugar.columns = ['tecnica_id']

tecnicas_names_col_lugar = []
for i in tecnicas_lugar['tecnica_id'] :
    for e in tecnica_data.itertuples():
        if e[1] == i : tecnicas_names_col_lugar.append(e[4])
tecnicas_names_col_lugar = pd.DataFrame(tecnicas_names_col_lugar)
tecnicas_names_col_lugar.columns = ['tecnica_name']

lugar_col = pd.DataFrame(lugar_col)

```

```

tecnicas_por_lugar = pd.concat([lugar_col, tecnicas_lugar,
tecnicas_names_col_lugar], axis=1)
tecnicas_por_lugar.to_excel('tecnicas_por_lugar.xlsx', index = False)

"""
Hallar los errores por técnica
"""
# Eliminar lo que no son errores 000
errores_filtrados = []
for i in errores_data['error'] :
    if i.find('000') != -1 : errores_filtrados.append(0)
    if i.find('000') == -1 : errores_filtrados.append(1)
errores_filtrados = pd.DataFrame(errores_filtrados)
errores_filtrados.columns = ['remove']

errores_filtrados_data_noremove = pd.concat([errores_data,
errores_filtrados], axis=1)
errores_filtrados_data =
errores_filtrados_data_noremove[errores_filtrados_data_noremove.remove
!= 0]

anotador = []
for i in data['error_id'] :
    var = i in errores_filtrados_data.error_id.values
    if var == True : anotador.append(1)
    if var == False : anotador.append(0)

anotador = pd.DataFrame(anotador)
anotador.columns = ['anotador']

data_con_errores = pd.concat([data, anotador], axis=1)
data_con_errores_fin = data_con_errores[data_con_errores.anotador != 0]
data_con_errores_fin = data_con_errores_fin.reset_index()

#Agregar nombre de los errores
errores_add = []
for i in data_con_errores_fin['error_id']:
    for e in errores_data.itertuples():
        if i == e[1] : errores_add.append(e[2])
errores_add = pd.DataFrame(errores_add)
errores_add.columns = ['errores_name']
errores_add = errores_add.reset_index()

data_con_errores_fin = pd.concat([data_con_errores_fin, errores_add],
axis=1)

tecnicas_add = []
for i in data_con_errores_fin['tecnica_id']:
    for e in tecnica_data.itertuples():
        if i == e[1] : tecnicas_add.append(e[4])
tecnicas_add = pd.DataFrame(tecnicas_add)
tecnicas_add.columns = ['tecnica_name']

```

```
tecnicas_add = tecnicas_add.reset_index()

data_con_errores_fin = pd.concat([data_con_errores_fin, tecnicas_add],
axis=1)

data_con_errores_fin.to_excel('data_con_errores_fin.xlsx', index =
False)
```

Anexo 4. Informe de Turnitin al 28% de similitud

INFORME DE ORIGINALIDAD

16%	15%	5%	6%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	1%
2	repositorio.autonomadeica.edu.pe Fuente de Internet	1%
3	docplayer.es Fuente de Internet	1%
4	qdoc.tips Fuente de Internet	1%
5	hdl.handle.net Fuente de Internet	1%
6	www.coursehero.com Fuente de Internet	<1%
7	www.diplomarbeiten24.de Fuente de Internet	<1%
8	revista.usanpedro.edu.pe Fuente de Internet	<1%
9	repositorio.una.edu.ni Fuente de Internet	<1%
